Mathématiques

Classe de première, voie technologique, enseignement commun, séries : ST2S, STL, STD2A, STI2D, STMG et STHR

Document en cours - ne pas diffuser

Sommaire

Document en cours - Ne pas diffuser

Préambule

Intentions majeures

Le programme de mathématiques commun à tous les élèves des classes de première de la voie technologique est conçu avec les intentions suivantes :

- permettre à chaque élève de consolider et d'élargir les acquis du collège et de la classe de seconde afin de poursuivre l'acquisition d'une culture mathématique nécessaire pour évoluer dans un environnement numérique où les données et les graphiques sont omniprésents ;
- développer une image positive des mathématiques et permettre à chaque élève de faire l'expérience personnelle des démarches qui leur sont propres afin d'en appréhender la pertinence et l'efficacité ;
- assurer les bases mathématiques nécessaires aux autres disciplines enseignées et développer des aptitudes intellectuelles indispensables à la réussite d'études supérieures, quelle que soit la spécialité technologique retenue.

Lignes directrices pour l'enseignement

Attitudes développées

L'enseignement des mathématiques participe à la formation générale des élèves en contribuant au développement d'attitudes propices à la poursuite d'études. Parmi elles, peuvent notamment être mentionnés, la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, l'engagement réfléchi dans un débat, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, la qualité d'expression écrite et orale, l'esprit de collaboration dans un travail d'équipe ...

La résolution d'exercices et de problèmes, individuellement ou en groupe, l'organisation de de réflexions et d'échanges scientifiques pour valider un résultat ou une méthode sont des occasions fécondes pour développer ces attitudes indispensables à la formation de chaque individu dans ses dimensions personnelle et professionnelle, sans omettre la responsabilité du citoyen.

Développement des six compétences mathématiques et de l'aptitude à l'abstraction

L'activité mathématique contribue à développer les six compétences mentionnées ci-dessous :

- **chercher**, expérimenter, émettre des conjectures ;
- **modéliser**, réaliser des simulations numériques d'un modèle, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre (algébrique, graphique, etc.) ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

Document de travail Ne pas diffuser

Ces compétences sont mobilisées selon les activités proposées aux élèves et il convient de diversifier les situations afin de les développer toutes. Au-delà de ces compétences disciplinaires, l'enseignement des mathématiques contribue à développer des aptitudes transversales, notamment l'abstraction, qui sont essentielles pour la poursuite d'études supérieures.

Diversité de l'activité mathématique

La mise en œuvre du programme permet aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec les contenus étudiés, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans des activités riches et variées où le sens des concepts et les techniques liées à leur application sont régulièrement mis en relation, chacun venant éclairer et consolider l'autre.. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d'initiatives, débats à l'oral et mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs, etc.

Les modalités d'évaluation prennent également des formes variées, en adéquation avec les objectifs poursuivis. L'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes doit tout particulièrement être évaluée.

Le passage à l'abstraction mathématique peut présenter des difficultés pour certains élèves. Il importe donc de veiller au caractère progressif et actif des apprentissages. Les nouveaux concepts gagnent à être introduits par un questionnement ou un problème qui conduit à des conjectures et donne sens à leur formalisation abstraite. Le recours à des logiciels de calcul, de géométrie dynamique ou la pratique de la programmation facilitent cette approche inductive. Pour assurer la stabilité et la pérennité des apprentissages, les concepts sont ensuite mis en œuvre dans des exercices et des problèmes qui permettent d'en montrer la portée.

Au-delà du cours de mathématiques, l'élève consolide sa compréhension des notions enseignées en les mobilisant dans des situations issues des autres disciplines de sa filière. Le professeur de mathématiques est invité à travailler avec les professeurs des disciplines concernées afin de favoriser les articulations et les transferts et, ainsi, de consolider les acquis des élèves.

Le professeur veille à montrer que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit par exemple :

- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques, en classe de mathématiques ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques (médaille Fields, évocation de mathématiciennes et mathématiciens contemporains, présentation vulgarisée de découvertes importantes ...) ;
- de faire connaître des métiers et des études supérieures où les mathématiques sont utilisées, en valorisant la place des femmes en mathématiques et en sciences.

Document de travail – Ne pas diffuser

Activités algorithmiques et numériques

Le développement d'un mode de pensée numérique est aujourd'hui constitutif de la formation mathématique. Il ne s'agit plus seulement d'utiliser des outils numériques (calculatrices, logiciels de géométrie ...) pour l'enseignement mais d'intégrer à l'enseignement des mathématiques une composante informatique qui recouvre l'algorithmique, la programmation et la pratique du tableur. Cette dimension s'inscrit de manière transversale dans le cours de mathématiques et repose sur la connaissance d'un nombre limité d'éléments de syntaxe et de fonctions spécifiques à l'outil utilisé (langage Python, tableur). Cela suppose, d'une part, un enseignement explicite par le professeur, d'autre part, une pratique effective et régulière des élèves.

Tout au long du cycle terminal, les élèves sont amenés à :

- écrire une fonction simple en langage Python ;
- interpréter un algorithme donné ;
- compléter, améliorer ou corriger un programme informatique ;
- traduire un algorithme en langage naturel ou en langage Python ;
- décomposer un programme en fonctions ;
- organiser une feuille de calcul.

Parallèlement, l'utilisation de logiciels pédagogiques, notamment ceux de géométrie dynamique, enrichit le cours de mathématiques d'illustrations ou de simulations propices à l'appropriation des concepts.

Résolution de problèmes et automatismes

La résolution de problèmes est centrale dans l'activité mathématique car elle offre un cadre privilégié pour travailler, mobiliser et combiner les six compétences mathématiques tout en développant des aptitudes transversales. Toutefois, pour résoudre des problèmes, il faut être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer. Pour cela, on procède souvent par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies immédiatement mobilisables, c'est-à-dire automatisées. L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place, dans la durée et sous la conduite du professeur, d'activités rituelles. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux, afin de pouvoir les mobiliser en situation de résolution de problèmes.

Parallèlement à l'ancrage de notions incontournables, les activités visant l'acquisition d'automatismes fournissent des conditions de réussite rapide et mettent l'élève en confiance pour s'engager dans la résolution de problèmes.

Trace écrite

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée ou de débats, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

Travail personnel des élèves

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des aptitudes des élèves et visent la mémorisation, la maîtrise des savoir-faire, le réinvestissement de démarches ou méthodes.

Cohérence entre l'enseignement de tronc commun et l'enseignement de spécialité « Physique-chimie et mathématiques » des séries STI2D et STL

L'enseignement commun de mathématiques est complété, pour les élèves des séries STI2D et STL, par un enseignement de spécialité intitulé « Physique-chimie et mathématiques ». Il convient pour le professeur de mathématiques d'inscrire ces deux composantes de la formation en cohérence et en résonance afin de bien préparer les élèves aux démarches mathématiques indispensables à la poursuite et à la réussite d'études scientifiques et technologiques. Cela recouvre aussi bien le choix des supports pour la contextualisation des mathématiques ou pour la modélisation du réel que la pratique de raisonnements faisant appel à l'abstraction. Une étroite collaboration s'impose avec le professeur de physique-chimie.

■ Organisation du programme

Le programme est organisé en trois parties transversales (vocabulaire ensembliste et logique ; algorithmique et programmation ; automatismes) et en deux parties thématiques :

- analyse pour étudier ou modéliser des évolutions ;
- statistiques et probabilités pour traiter et interpréter des données, pour modéliser des phénomènes aléatoires.

Les parties transversales recensent les capacités attendues qui doivent être travaillées tout au long du cycle terminal, sous forme de rituels ou d'activités intégrées aux enseignements d'analyse et de statistiques et probabilités. Elles reposent essentiellement sur des notions étudiées dans les classes précédentes et ne doivent pas faire l'objet de cours spécifiques.

Les parties « analyse » et « statistiques et probabilités » sont organisées en quatre rubriques :

- contenus ;
- capacités attendues ;
- commentaires ;
- situations algorithmiques.

La dernière rubrique identifie un nombre limité de situations qui doivent toutes faire l'objet d'un travail spécifique utilisant le langage Python ou le tableur. Le professeur s'attache à proposer ces deux modalités afin qu'en fin d'année les élèves aient acquis les capacités attendues en algorithmique et en programmation.

Document mis en ligne - à ne pas diffuser

Programme

■ Vocabulaire ensembliste et logique

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\overline{A}$ des probabilités, ou la notation $E \setminus A$ si on souhaite préciser l'ensemble contenant.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :

- à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- à identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre) ;
- à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- à distinguer une proposition de sa réciproque ;
- à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

Commentaires

- La construction de conditions logiques en algorithmique à l'aide des opérateurs ET, OU, NON et la création de filtres en analyse de données sont l'occasion de travailler la logique.
- Dans le cours de mathématiques, le professeur est attentif à expliciter la nature des raisonnements conduits (raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde) ainsi que les quantificateurs à l'œuvre, en langage naturel et sans formalisme.

■ Algorithmique et programmation

La pratique de l'algorithmique et de la programmation se poursuit au cycle terminal. En continuité avec la classe de seconde, le langage utilisé est Python.

Le programme vise la consolidation des notions de variable, d'instruction conditionnelle et de boucle ainsi que l'utilisation des fonctions. La seule notion nouvelle est celle de liste qui trouve naturellement sa place dans de nombreuses parties du programme et aide à la compréhension de notions mathématiques telles que les suites numériques, les tableaux de valeurs, les séries statistiques ...

Capacités attendues

■ **Variables :**

- utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p ;
- utiliser la notion de compteur ;
- utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

Document en cours - ne pas diffuser

- **Fonctions :**
  - identifier les entrées et les sorties d'une fonction ;
  - structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

- **Listes :**
  - générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension) ;
  - manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer ...) et leurs indices ;
  - itérer sur les éléments d'une liste.

- **Sélection de données :**
  - traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser ;
  - réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

Commentaires

- Les notions relatives aux types de variables et à l'affectation sont consolidées. Comme en classe de seconde, on utilise le symbole « $\leftarrow$ » pour désigner l'affectation dans un algorithme écrit en langage naturel.
- L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches plus simples.
- La génération des listes en compréhension et en extension est mise en lien avec la notion d'ensemble. Les conditions apparaissant dans les listes définies en compréhension permettent de travailler la logique.
- Afin d'éviter des confusions, il est recommandé de se limiter aux listes sans présenter d'autres types de collections.

Automatismes

Cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies dont l'insuffisante maîtrise fait obstacle à la réussite scolaire en mathématiques et dans les autres disciplines, compromet la réussite d'études supérieures et peut constituer un handicap dans la vie sociale. Plus les élèves sont à l'aise avec ces automatismes, plus ils sont mis en confiance et en réussite dans l'apprentissage des mathématiques. Ce faisant, ils développent également leur esprit critique par une meilleure maîtrise des chiffres et du calcul et une meilleure lecture et compréhension des représentations de données dont les graphiques.

Les capacités attendues énoncées ci-dessous n'ont pas vocation à faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures. Elles relèvent d'un entraînement régulier sur l'ensemble du cycle terminal, par exemple lors de rituels de début de séance, sous forme de « questions flash » privilégiant l'activité mentale. Les différents thèmes proposés doivent être travaillés tout au long des deux années et la présentation par blocs thématiques ne signifie pas, bien au contraire, qu'il faille les aborder les uns après les autres. Les modalités de mise en œuvre doivent être variées et prendre appui sur différents supports : à l'oral, à l'écrit, individuellement ou en groupe, utilisant des outils numériques de vidéoprojection, de recensement instantané des réponses ...

Document en cours - Ne pas diffuser

Capacités attendues

- **Proportions et pourcentages** :
- calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;
- calculer la proportion d'une proportion.

- **Évolutions et variations** :
- passer d'une formulation additive (« augmenter de 5% », respectivement « diminuer de 5% ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;
- appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;
- calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ;
- interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ;
- calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;
- calculer un taux d'évolution réciproque.

- **Calcul numérique et algébrique** :
- effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;
- effectuer des opérations sur les puissances ;
- passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;
- estimer un ordre de grandeur ;
- effectuer des conversions d'unités ;
- résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$;
- déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ;
- isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;
- effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ;
- développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple.

- **Fonctions et représentations** :
- déterminer graphiquement des images et des antécédents ;
- résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x)=k$, $f(x)<k$ ... ;
- déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ;
- exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ;
- tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ;
- lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ;
- déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

- **Représentations graphiques de données chiffrées** :
- lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles ...) ;
- passer du graphique aux données et vice-versa.

Document de travail - Ne pas diffuser

■ Analyse

Le programme d'analyse permet à la fois de conforter l'acquisition de connaissances et de méthodes déjà étudiées (fonctions et problèmes du premier degré, fonctions carré et cube) et d'introduire des notions nouvelles (polynômes de degré 2 ou 3, suites, dérivées). La plupart de ces notions peuvent être présentées à partir de contextes familiers aux élèves (emprunts, placements, coûts, vitesses ...) ou de représentations fournies par les outils numériques (calculatrice, tableur, logiciel de géométrie dynamique) avant d'être définies de manière formelle et générale. Cette démarche inductive facilite l'accès progressif à l'abstraction qui est l'un des enjeux de l'enseignement des mathématiques au cycle terminal. La mise en application des modèles d'analyse étudiés, tant dans des situations internes qu'externes aux mathématiques, permet à la fois de consolider les habiletés en calcul, de développer les capacités de raisonnement et d'étudier des systèmes évolutifs de différentes natures.

Cette partie du programme s'organise autour de trois grands axes :

- les suites numériques comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes ;
- les fonctions numériques de la variable réelle comme modèles mathématiques d'évolutions continues ;
- la dérivation comme concept mathématique traduisant une évolution instantanée.

Suites numériques

Contenus

■ **Les suites comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes :**

- différents modes de génération d'une suite numérique ;
- sens de variation ;
- représentation graphique : nuage de points $(n, u(n))$.

■ **Les suites arithmétiques comme modèles discrets d'évolutions absolues constantes (croissance linéaire) et les suites géométriques (à termes strictement positifs) comme modèles discrets d'évolutions relatives constantes (croissance exponentielle) :**

- relation de récurrence ;
- sens de variation ;
- représentation graphique.

Capacités attendues

- Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
- Reconnaître si une situation relève d'un modèle discret de croissance linéaire ou exponentielle.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
- Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
- Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.
- Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

Document de travail - Ne pas diffuser

Commentaires

- L'utilisation d'un tableur pour calculer des termes d'une suite favorise la compréhension des différents modes de génération.
- L'objectif est de modéliser des situations discrètes simples, choisies notamment en lien avec les autres enseignements de la série (évolution ou actualisation d'un capital, évolution d'une colonie bactérienne ...).
- En lien avec l'écriture fonctionnelle, on utilise la notation $u(n)$ préalablement à celle de u_n.
- L'étude des suites arithmétiques et géométriques permet de comparer différents types de croissance.
- En classe de première, il convient de faire fonctionner la définition par récurrence d'une suite géométrique ou arithmétique. L'expression en fonction de n du terme général est étudiée en classe terminale.
- On s'attache à présenter des suites qui ne sont ni arithmétiques ni géométriques.

Situations algorithmiques

- Calculer un terme de rang donné d'une suite, une somme finie de termes.
- Déterminer une liste de termes d'une suite et les représenter.
- Déterminer le rang à partir duquel les termes d'une suite sont supérieurs ou inférieurs à un seuil donné, ou aux termes de même rang d'une autre suite.

Fonctions de la variable réelle

Contenus

- **Les fonctions comme modèles mathématiques d'évolutions continues :**
- différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique ;
- notations $y=f(x)$ et $x \mapsto f(x)$;
- taux de variation, entre deux valeurs de la variable x, d'une grandeur y vérifiant $y=f(x)$;
- fonctions monotones sur un intervalle, lien avec le signe du taux de variation.

- **Fonctions polynômes de degré 2 :**
- représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2+b$, $x \mapsto a(x-x_1)(x-x_2)$;
- axes de symétrie ;
- racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

- **Fonctions polynômes de degré 3 :**
- représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^3$, $x \mapsto ax^3+b$;
- racines et signe d'un polynôme de degré 3 de la forme $x \mapsto a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$;
- équation $x^3=c$; racine cubique d'un nombre réel ; notations $c^{\frac{1}{3}}$ et $\sqrt[3]{c}$.

Capacités attendues

- Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x)=k$ ou une inéquation de la forme $f(x)\leq k$ ou $f(x)\geq k$.

Document de travail - Ne pas diffuser

- Interpréter le taux de variation comme pente de la sécante à la courbe passant par deux points distincts.
- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ (signe, extremum, allure de la courbe, axe de symétrie...).
- Vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 2 ou 3.
- Savoir factoriser, dans des cas simples, une expression du second degré connaissant au moins une de ses racines.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 ou 3 pour trouver ses racines et étudier son signe.
- Résoudre des équations de la forme $x^2 = c$ et $x^3 = c$.

Commentaires

- Les fonctions polynômes de degré 2 ou 3 fournissent des occasions de pratiquer le calcul numérique (image d'un nombre donné) et littéral (développement, factorisation) et de travailler sur les représentations graphiques. Les connaissances sont mobilisées sur les translations.
- Les exemples prennent appui sur des situations réelles (impôts, hauteurs de marée, tarifs de courrier, évolution de l'émission de CO2 ...) et internes aux mathématiques (problèmes d'optimisation dans un cadre géométrique ...).
- Le professeur utilise différentes notations pour la variable : *t*, *u* ... et habitue les élèves à lire des graphiques reliant une grandeur y à une grandeur composée (x^2, $1/x$...), ce qui permet notamment de donner sens à l'expression « grandeurs inversement proportionnelles ».
- Le taux de variation est un outil préalable à l'introduction de la notion de nombre dérivé. Le signe de la dérivée constituera ultérieurement l'outil efficace pour étudier les variations d'une fonction. Il convient donc de limiter les calculs de taux de variation à quelques exemples simples, comme celui de la fonction carré entre x_1 et x_2, qui fournit l'occasion d'utiliser la factorisation de ${x_2}^2 - {x_1}^2$.
- La recherche systématique des racines d'un polynôme de degré 2 ne figurant pas au programme, on privilégie les situations où les racines sont évidentes ainsi que les interprétations graphiques. En cas de besoin, la résolution d'une équation du second degré peut se faire à l'aide d'un solveur.

Situations algorithmiques

- Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage.

Dérivation

Contenus

- **Point de vue local : approche graphique de la notion de nombre dérivé :**
- sécantes à une courbe passant par un point donné ; taux de variation en un point ;
- tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes passant par ce point ;
- nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation en ce point.

Document de travail – Ne pas diffuser

- **Point de vue global** :
  - fonction dérivée ;
  - fonctions dérivées de : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$;
  - dérivée d'une somme, dérivée de kf ($k \in \mathbb{R}$), dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 ;
  - sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée ;
  - tableau de variations, extremums.

Capacités attendues

- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.
- Construire la tangente à une courbe en un point.
- Calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à trois.
- Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

Commentaires

- La notion de nombre dérivé gagne à être illustrée dans des contextes variés :
  - dans le cadre d'un mouvement rectiligne, il est possible d'interpréter le taux de variation de la position du point mobile entre deux instants comme une vitesse moyenne et le nombre dérivé comme une vitesse instantanée ;
  - dans un cadre économique, le nombre dérivé est relié au coût marginal.
- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on visualise la position limite des sécantes à une courbe en un point.
- Il est recommandé de ne pas donner la définition formelle de la notion de limite et de s'en tenir à une approche intuitive à partir d'exemples. Le vocabulaire et la notation correspondants sont introduits à l'occasion du travail sur la notion de nombre dérivé.
- Il est possible de démontrer que la dérivée d'une fonction monotone est de signe constant. La réciproque (admise) s'appuie sur l'interprétation géométrique du nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.

Statistiques et probabilités

La partie statistique s'intéresse aux couples de variables catégorielles. L'internet fournit en effet de nombreux fichiers qui traitent des données liées aux individus et proposent des unités statistiques (pays, plantes, animaux, villes...) organisées selon différentes caractéristiques (sexe, espèce, catégorie socioprofessionnelle, tranche de revenus ...) qu'il est intéressant de croiser. Premier contact avec les bases de données, le traitement statistique de fichiers est une activité riche et formatrice qui pourra être réinvestie par les élèves dans des projets en lien avec les enseignements de spécialité en vue de l'épreuve orale terminale.

En probabilités, la notion de probabilité conditionnelle par analogie avec celle de fréquence conditionnelle est introduite. On travaille sur les modèles associés à des expériences aléatoires à plusieurs épreuves indépendantes.

La simulation est une composante importante de l'apprentissage des probabilités au cycle terminal. Elle permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage et de traiter des situations fréquemment rencontrées dans la vie sociale (sondages d'opinion, données socio-économiques, jeux de hasard ...) ou

Document en cours Ne pas diffuser

en sciences expérimentales (incertitude de mesure), tout en se prêtant à des activités de programmation instructives.

Croisement de deux variables catégorielles

Contenus

- Tableau croisé d'effectifs.
- Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.

Capacités attendues

- Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.

Commentaires

- L'étude des fréquences conditionnelles permet un travail sur la langue française en considérant les formulations usuellement utilisées dans les médias.
- Des variables catégorielles de natures diverses sont étudiées : nominale (profession, espèce, département de résidence…), ordinale (niveau d'étude, degré de satisfaction de la clientèle…) ou définies par des intervalles (classe d'âge, temps de transport ...).
- Les élèves travaillent avec des données réelles dans des domaines variés (sécurité routière, démographie, économie, agronomie ...).
- Au moins un traitement statistique de fichier de données individuelles anonymes est proposé, issu par exemple du web (OpenData ...).

Situations algorithmiques

- À partir de deux listes représentant deux caractères d'individus, déterminer un sous-ensemble d'individus répondant à un critère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).
- Dresser le tableau croisé de deux variables catégorielles à partir du fichier des individus et calculer des fréquences conditionnelles ou marginales.

Probabilités conditionnelles

Contenus

- Probabilité conditionnelle ; notation $P_A(B)$.

Capacités attendues

- Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs.

Commentaires

- Il s'agit, en classe de première, de transposer aux probabilités conditionnelles le travail sur les fréquences conditionnelles, en calculant la probabilité de B sachant A sous la forme :

Document en cours Ne pas diffuser

$$P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}.$$

On explicite l'expérience aléatoire sous-jacente qui consiste à prélever au hasard un individu dans la population étudiée. La représentation à l'aide d'un arbre de probabilités et la formule des probabilités totales relèvent du programme de la classe terminale.

- Des situations issues de différents domaines (économique, industriel, médical ...) sont proposées. Ce travail permet notamment de donner du sens au vocabulaire des tests diagnostiques : faux positifs, faux négatifs, spécificité et sensibilité d'un test.

Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes

Contenus

- Probabilité associée à une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.
- Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.

Capacités attendues

- Représenter par un arbre de probabilité une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes et déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.
- Représenter par un arbre de probabilité la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leq 4$ afin de calculer des probabilités.

Commentaires

- Par analogie avec les calculs de proportions de proportions, l'élève perçoit que le modèle adapté à une expérience à deux épreuves indépendantes est celui de la probabilité produit.
- Pour la répétition d'épreuves de Bernoulli, on retient que le modèle adapté est celui pour lequel la probabilité de la liste des résultats représentée par un chemin est le produit des probabilités figurant sur chaque arête.

Variables aléatoires

Contenus

- Variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance.
- Loi de Bernoulli (0,1) de paramètre p, espérance.

Capacités attendues

- Interpréter en situation les écritures $\{X = a\}$, $\{X < a\}$ où X désigne une variable aléatoire et calculer les probabilités correspondantes $P(X = a)$, $P(X < a)$.
- Calculer et interpréter en contexte l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
- Reconnaître une situation aléatoire modélisée par une loi de Bernoulli.
- Simuler *N* échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli et représenter les fréquences observées des 1 par un histogramme ou un nuage de points.
- Interpréter sur des exemples la distance à p de la fréquence observée des 1 dans un échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p.

Document en cours Ne pas diffuser

Commentaires

- On s'abstient de tout formalisme sur les variables aléatoires. Elles sont essentiellement manipulées en contexte pour modéliser des situations dans lesquelles les issues sont des nombres aléatoires.
- La simulation d'échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p permet d'observer la fluctuation d'échantillonnage.
- Sur des simulations de N échantillons (N de l'ordre de plusieurs centaines), on évalue le pourcentage d'échantillons dont la fréquence observée des 1 se situe à une distance s, $2s$ ou $3s$ de p où s désigne l'écart-type de la série des fréquences observées. Sans développer de théorie de décision ou de test, et en prenant appui sur des simulations et des représentations (histogramme, nuage de points), on fait percevoir, pour une observation donnée, la diversité des interprétations possibles de la distance à p (paramètre du modèle) de la fréquence des 1 : situation fréquente ou situation rare dans le cadre du modèle.
- Sur des simulations, on constate que la série des fréquences observées des 1 dans N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli a un écart-type de l'ordre de $1/\sqrt{n}$.

  Pour plusieurs valeurs de n on représente $1/\sqrt{n}$ en abscisse et, en ordonnée, l'écart-type s des fréquences observées des 1 dans N échantillons (plusieurs centaines) de taille n. On peut commenter ce résultat en observant que pour diviser la dispersion par k il faut multiplier la taille de l'échantillon par k^2.

Situations algorithmiques

- Simuler des échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli à partir d'un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1.
- Représenter par un histogramme ou par un nuage de points les fréquences observées des 1 dans N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli.
- Compter le nombre de valeurs situées dans un intervalle de la forme $[p-ks;p+ks]$ pour $k \in \{1;2;3\}$.

Document en cours - Ne pas diffuser