

# RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Ministère de l'enseignement supérieur et  
de la recherche

## Arrêté du

**relatif aux programmes de la classe préparatoire scientifique technologie, sciences de l'ingénieur (TSI)**

NOR ESR

**Le ministre de l'éducation nationale et la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche,**

- Vu le code de l'éducation ;
- Vu le décret n°94-1015 du 23 novembre 1994 modifié relatif à l'organisation et au fonctionnement des classes préparatoires aux grandes écoles organisées dans les lycées relevant des ministres chargés de l'éducation, de l'agriculture et des armées, et notamment son article 11 ;
- Vu l'arrêté du 10 février 1995 modifié définissant la nature des classes composant les classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles ;
- Vu l'arrêté du 3 juillet 1995 relatif aux objectifs de formation et aux programmes de la classe préparatoire de première année de technologie et sciences industrielles (TSI) ;
- Vu l'arrêté du 10 juin 2003 relatif aux programmes de première année de mathématiques, physique et chimie des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), Physique-chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI), Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI) et Technologie et sciences industrielles (TSI), et de mathématiques et informatique des classes économiques et commerciales ;
- Vu l'arrêté du 30 juillet 2004 relatif au programme de première année de physique et de chimie des classes préparatoires scientifiques technologie et sciences industrielles (TSI) ;
- Vu l'arrêté du 4 juillet 2005 relatif aux programmes de sciences industrielles pour l'ingénieur pour les classes préparatoires scientifiques de première et seconde année de technologie et sciences industrielles (TSI)
- Vu l'avis du Conseil national de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du ;
- Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du ;

## Arrêtent :

### Article 1<sup>er</sup>

Les programmes de première année de la classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles (TSI) :

- de mathématiques figurant à l'annexe 4 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé,
  - de physique et de chimie figurant en annexe de l'arrêté du 30 juillet 2004,
- sont remplacés respectivement par les annexes 1 et 2 du présent arrêté.

### Article 2

Le programme de première et seconde années de la classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles (TSI) de sciences industrielles pour l'ingénieur figurant en annexe de l'arrêté du 4 juillet 2005 susvisé est remplacé par l'annexe 3 du présent arrêté.

### Article 3

Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013.

### Article 4

Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés de l'exécution du présent arrêté.

Fait le

Pour le ministre de l'éducation nationale et par  
délégation :  
Le directeur général de l'enseignement scolaire

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de  
la recherche et par délégation :  
La directrice générale pour l'enseignement  
supérieur et l'insertion professionnelle

Le présent arrêté et ses annexes seront consultables au Bulletin officiel du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche au Bulletin officiel de l'éducation nationale du \_\_\_\_\_ mis en ligne sur les sites [www.enseignementsup-recherche.gouv.fr](http://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr) et [www.education.gouv.fr](http://www.education.gouv.fr)

## ANNEXE 1

# Classe préparatoire TSI première année

## Projet de programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Compétences développées . . . . .	2
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
 <b>PROGRAMME</b>	 <b>6</b>
<b>Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement</b>	<b>6</b>
 <b>Premier semestre</b>	 <b>8</b>
Pratique calculatoire . . . . .	8
Nombres complexes . . . . .	10
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles . . . . .	11
Géométrie élémentaire du plan . . . . .	13
Géométrie élémentaire de l'espace . . . . .	14
Équations différentielles linéaires . . . . .	16
Dénombrement . . . . .	17
Systèmes linéaires . . . . .	18
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>21</b>
Nombres réels et suites numériques . . . . .	21
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	23
A - Limites et continuité . . . . .	23
B - Dérivabilité . . . . .	24
Intégration sur un segment . . . . .	26
Développements limités . . . . .	27
Polynômes . . . . .	28
Calcul matriciel . . . . .	30
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	31
A - Espaces vectoriels . . . . .	31
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	32
C - Applications linéaires et représentations matricielles . . . . .	33
Probabilités sur un univers fini . . . . .	35
Variables aléatoires réelles sur un univers fini . . . . .	36
 <b>Annexe aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur</b>	
« Outils mathématiques »	<b>37</b>

## Objectifs de formation

Le programme de mathématiques de TSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal, dont il consolide et élargit les acquis en prenant appui sur divers chapitres des classes de Terminales STI2D et STL : notations et raisonnement mathématiques, nombres complexes, géométrie dans le plan et dans l'espace, fonctions usuelles, équations différentielles ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonnement, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

### **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

**Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

– prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;

- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

## Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme des séries STI2D et STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme des Terminales STI2D et STL et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace, donnant du sens au volet affine de l'algèbre linéaire et s'appuyant sur les acquis du lycée.

Le choix a été fait d'introduire assez tôt dans l'année un module substantiel visant à consolider ou à introduire des pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles) avant d'introduire les théories sous-jacentes, afin d'en faciliter l'assimilation.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants. Cela doit être notamment la règle lors des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques d'informatique.

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres du programme **ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression** : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement **en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques**.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés avec le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour les liens avec la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les liens avec les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour les liens avec l'informatique. Le programme fait aussi des références à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

## **Usage de la liberté pédagogique**

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.



# PROGRAMME

## Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en fin de premier semestre. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.

Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

$\Leftrightarrow$  SI, I

Ce chapitre est naturellement relié au chapitre de logique en sciences industrielles de l'ingénieur.

#### b) Ensembles

Cette partie trouvera, entre autres, des applications dans le chapitre sur le dénombrement. On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de  $E$ . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations  $\mathbb{C}_E A, \bar{A}, E \setminus A$ .

$\Leftrightarrow$  I

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de  $E^p$  est appelé  $p$ -liste ou  $p$ -uplet d'éléments de  $E$ .

Ensemble des parties d'un ensemble.

#### c) Propriétés de $\mathbb{N}$ et raisonnement par récurrence

L'objectif principal de cette partie est la maîtrise du principe de récurrence.

Propriétés de l'ensemble  $\mathbb{N}$ .

Les propriétés de l'addition, de la multiplication et de la relation d'ordre dans  $\mathbb{N}$  sont supposées connues. Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme.

Définition du plus grand élément, du plus petit élément. Toute partie non vide de  $\mathbb{N}$  a un plus petit élément. Application au principe de récurrence.

Mener un raisonnement par récurrence simple ou avec prédécesseurs.

$\Leftrightarrow$  I

Toute partie majorée non vide de  $\mathbb{N}$  a un plus grand élément.

**d) Autres méthodes de raisonnement**

Raisonnement par contraposition.	Écrire la contraposée d'une assertion.
Raisonnement par l'absurde.	Mener un raisonnement par l'absurde.
Principe d'analyse/synthèse.	Distinguer condition nécessaire et condition suffisante. L'objectif est de donner une méthode de résolution détaillée pour les exemples du programme nécessitant ce type de raisonnement. On se limite à des exemples simples. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

**e) Applications**

Application (ou fonction) d'un ensemble $E$ dans un ensemble $F$ . Graphe d'une application.	Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe. Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Toute formalisation est hors programme.
Restrictions. Image directe, image réciproque.	Notation $f _I$ . On évitera tout développement technique sur la notion d'image réciproque introduite principalement en vue des probabilités. Notation $f^{-1}(B)$ . Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.
Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

# Premier semestre

## Pratique calculatoire

Prenant appui sur les acquis de la classe de Terminale, ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques ;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Inégalités dans $\mathbb{R}$

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de  $\mathbb{R}$ .  
Compatibilité avec les opérations.

Dresser un tableau de signe.  
Résoudre des inéquations.  
Interpréter graphiquement une inéquation du type  $f(x) \leq \lambda$ .  
L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.

Valeur absolue, inégalité triangulaire.

Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.

#### b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.

Déterminer le signe d'un trinôme.

Factorisation d'un polynôme dont une racine est connue.

Factoriser un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 dont une racine est connue.

Cercle trigonométrique, valeurs usuelles, formules exigibles :

Il s'agit de consolider les acquis de la classe de Terminale. Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.

$$\cos(a + b), \sin(a + b), \cos(2x), \sin(2x)$$

Exprimer  $\cos(a - b)$ ,  $\sin(a - b)$ .

Factoriser des expressions du type  $\cos(p) + \cos(q)$ .

Déterminer l'ensemble de définition de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles.

#### c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.

Exemples de formes indéterminées :

$$\infty - \infty, \quad 0 \times \infty, \quad 1^\infty, \quad \frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}.$$

Croissances comparées.

Limite d'une fonction composée.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée.  
Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

**d) Calcul de dérivées et de primitives**

Dérivées des fonctions usuelles :  $x \mapsto x^n$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ , exp, ln, cos, sin.

Opérations : somme, produit, quotient.

Dérivation de  $t \mapsto \exp(\varphi(t))$  avec  $\varphi$  à valeurs dans  $\mathbb{C}$ .

Primitive sur un intervalle.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Dériver une fonction composée.

Reconnaître des expressions du type  $\frac{u'}{u}$ ,  $u' u^n$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{u'}{u^n}$ ,  $u' \cdot (v' \circ u)$  où  $v$  est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.

**e) Sommes et produits**

Notations et règles de calcul.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles  $\sum$  et  $\prod$  sur des exemples de difficulté raisonnable.

Notations  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  lue «  $k$  parmi  $n$  ». Aucun lien avec le dénombrement n'est attendu à ce stade.

Développer  $(a \pm b)^n$ .

## Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

La construction de  $\mathbb{C}$  n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.  
Opérations sur les nombres complexes.  
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.  
Module d'un nombre complexe. Relation  $|z|^2 = z\bar{z}$ . Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ .

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation  $\bar{z}$ .

On identifie  $\mathbb{C}$  au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement  $|z - a|$  avec  $a, z \in \mathbb{C}$ .

#### b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1

Définition de  $e^{i\theta}$  où  $\theta \in \mathbb{R}$ , formules d'Euler. Description des éléments de  $\mathbb{U}$ .

Relation  $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$ . Formule de Moivre.

Factoriser  $1 \pm e^{i\theta}$ .

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques.  
Retrouver les expressions de  $\cos(nt)$  et  $\sin(nt)$  en fonction de  $\cos(t)$  et  $\sin(t)$  pour de petites valeurs de  $n$ .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

#### c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme  $z = \rho e^{i\theta}$  où  $\rho > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$  (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

Transformer  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI. Amplitude et phase.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §5.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

#### d) Exponentielle complexe

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe :  $e^z = e^x e^{iy}$  où  $z = x + iy$  et  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Résoudre une équation du type

$$e^z = e^{z'}$$

Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ .

Relation  $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$ .

**e) Équation du second degré dans  $\mathbb{C}$** 

Racines carrées d'un nombre complexe.

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.

Équation du second degré dans  $\mathbb{C}$ .Résoudre une équation du second degré dans  $\mathbb{C}$ .**f) Racines  $n$ -ièmes**

Racines de l'unité : définition, description, propriétés.

Représenter géométriquement les racines de l'unité.  
Notation  $\cup_n$ .Description des racines  $n$ -ième d'un nombre complexe.Résoudre l'équation  $z^n = \lambda$ .**Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles**

*Dans le prolongement du cycle terminal du lycée, on consolide dans ce chapitre les méthodes d'étude et de représentation des fonctions réelles d'une variable réelle. Le champ des fonctions mobilisables est étendu : aux fonctions exponentielle et logarithme népérien et aux fonctions trigonométriques, étudiées en Terminale, on ajoute les fonctions puissances et les fonctions trigonométriques réciproques. Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbb{R}$** 

Représentation graphique d'une fonction.

Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression. Représenter graphiquement  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x \pm a)$ ,  $x \mapsto f(ax)$  et  $x \mapsto af(x)$  à partir du graphe de  $f$ .  
 $\Leftrightarrow$  PC SI : choix de l'origine des temps pour l'étude d'un signal.

Fonctions paires, impaires, périodiques.

Interpréter géométriquement ces propriétés.

Somme, produit, composée.

Monotonie.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Interpréter géométriquement ces propriétés.  
Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

Extremum, extremum local.

**b) Dérivation**

Équation de la tangente en un point.

Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.

Application à l'étude des variations d'une fonction.

Dresser le tableau de variation d'une fonction.  
À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Fonction réciproque.

Tracer le graphe d'une fonction réciproque.  
Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.  
La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

### c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction.  
Déterminer les variations et les limites d'une fonction.  
Déterminer les extremums éventuels d'une fonction.  
Tracer le graphe d'une fonction.  
Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction.  
Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.  
 $\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.

### d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ . L'existence est admise.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ . Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Les fonctions hyperboliques sont hors programme.

## Géométrie élémentaire du plan

À l'issue de la Terminale, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points  $A$  et  $B$  le vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à  $\mathbb{R}^2$  ou à  $\mathbb{C}$ . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; on pourra se reporter à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).  
Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale.

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

Démonstrations non exigibles.

⇔ SI (Mécanique)

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4. et 5

#### c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$  sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

Démonstrations non exigibles.

⇔ SI (Mécanique)

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4. et 5



**d) Droites**

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.  
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.  
Déterminer l'intersection de deux droites.  
Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite.  
Calculer la distance d'un point à une droite.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

**e) Cercles**

Définition, équation cartésienne.  
Représentation paramétrique.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle.  
Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon.  
Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.  
Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

**f) Exemples de transformations affines du plan**

Translation, rotation, homothétie, réflexion.

Utiliser divers modes de représentation de ces transformations : point de vue géométrique et point de vue analytique.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*  
⇔ SI (Mécanique)

**Géométrie élémentaire de l'espace**

*Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Repérage dans l'espace**

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

**b) Produit scalaire**

Définition géométrique.  
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**c) Produit vectoriel dans l'espace orienté**

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non colinéaires, le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur de norme  $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$  directement orthogonal à  $(\vec{u}, \vec{v})$  ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.  
Bilinéarité, antisymétrie.

La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe.  
Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires.  
Démonstrations hors programme.  
 $\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*  
 $\Leftrightarrow$  SI (Cinématique)

**d) Produit mixte dans l'espace orienté**

Définition du produit mixte de trois vecteurs :

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$$

Trilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.  
Interpréter  $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$  comme volume du parallélépipède construit sur  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ .  
Notation  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ .  
 $\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*  
Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**e) Plans et droites**

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.  
Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.  
Passer d'une représentation à l'autre.  
Étudier les intersections.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

**f) Sphères**

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation cartésienne de sphère.  
 Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon.  
 Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation.  
 Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

**Équations différentielles linéaires**

*En classe de Terminale, les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».*

**a) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Équation  $y' + a(x)y = b(x)$ , où  $a$  et  $b$  sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.  
 Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.  
 Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.  
 Décrire l'ensemble des solutions.  
 Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que  $x$  et  $y$ .  
 À ce stade, la résolution ne doit pas faire appel à une intégration par parties ou à un changement de variable.  
 Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.  
 $\Leftrightarrow$  PC, SI : circuits électriques RC, RL.

**b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Donner l'équation caractéristique.  
 Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme  $y'' \pm \omega^2 y = 0$ .  
 $\Leftrightarrow$  Circuits électriques LC, RLC. Résistance des matériaux.  
 Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système.  
 $\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §2.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $Ae^{\omega x}$  avec  $(A, \omega) \in \mathbb{C}^2$ .  
 Utiliser le principe de superposition.  
 Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.  
 Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.  
 Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.  
 La démonstration est hors programme.

## Dénombrement

*Ce chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :*

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.

*Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Pratique calculatoire ».*

### a) Cardinal d'un ensemble fini

Cardinal d'un ensemble fini non vide. L'ensemble vide est de cardinal nul.

Notations  $|A|$ ,  $\text{Card}(A)$ ,  $\#A$ .

Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.  
 Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Maîtriser le langage des applications et des bijections dans le cadre des ensembles finis, et le relier aux notions élémentaires sur le dénombrement.

Opérations sur les ensembles et les cardinaux : union disjointe, union quelconque, complémentaire et produit cartésien.

La formule d'union disjointe peut être admise.  
 La formule du crible est hors programme.

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

### b) Dénombrement

Nombre de  $p$ -uplets (ou  $p$ -listes) d'éléments distincts d'un ensemble à  $n$  éléments.

Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre.

Nombre de permutations d'un ensemble à  $n$  éléments.

On n'utilise pas la notation  $A_n^p$ .

Nombre de parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.

Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre.

Donner une interprétation combinatoire des propriétés suivantes :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}; \quad \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n;$$

$$\binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}.$$

Notation  $\binom{n}{p}$ .

## Systemes linéaires

*Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants, qui ne les ont pas rencontrées dans le cycle terminal du lycée. L'objectif est double :*

- maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques;
- préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite, abordée au 2<sup>e</sup> semestre.

*Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.*

### a) Systemes linéaires

Définition d'un système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire.

Système homogène.

Les solutions sont définies comme éléments de  $\mathbb{R}^p$ .

Système homogène associé à un système quelconque.

Matrice  $A$  d'un système linéaire; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle  $AX = B$ .

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ .

Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire.

Notations  $L_i \leftrightarrow L_j$ ;  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ;  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Maîtriser la notion de système équivalent.

Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires.

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Si on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.

### b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Une matrice est dite échelonnée en lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- (i) si une ligne est entièrement nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- (ii) à partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non entièrement nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite en lignes lorsque tous les pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice non nulle est équivalente en lignes à une unique matrice échelonnée réduite en lignes.

Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.

Déterminer la matrice échelonnée réduite en lignes associée à un système donné.

L'unicité est admise.

### c) Résolution d'un système linéaire

Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).

Rang d'un système linéaire.

Système incompatible. Système compatible.

Structure de l'ensemble des solutions d'un système compatible.

Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.

$\Leftrightarrow$  PC SI : degrés de liberté en mécanique, système hyperstatique ou isostatique.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots.

Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

Résoudre un système compatible.

### d) Famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Combinaison linéaire d'une famille finie  $\mathcal{F}$  de vecteurs. Famille libre, famille liée.

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) la famille  $(u_1, \dots, u_p)$  est libre ;
- (ii) le système  $AX = 0$  a pour seule solution la solution triviale ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $p$ .

Famille génératrice de  $\mathbb{R}^n$ .

Notation  $\text{Vect}(\mathcal{F})$ .

Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) les vecteurs  $u_1, \dots, u_p$  forment une famille génératrice de  $\mathbb{R}^n$  ;
- (ii) pour toute matrice colonne  $B$  à  $n$  lignes, le système  $AX = B$  est compatible ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $n$ .

Déterminer un système d'équations linéaires de  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Donner une interprétation géométrique dans les cas  $n = 2$  et  $n = 3$ .

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

---

## Deuxième semestre

### Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
Distance entre deux réels. La relation d'ordre $\leq$ dans $\mathbb{R}$ : majorant, maximum, minorant, minimum. Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ .	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement n'est attendu. Notation $\lfloor x \rfloor$ .
Partie entière d'un nombre réel.	
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision $10^{-n}$ par défaut et par excès. $\Leftrightarrow I$ : représentation informatique des réels.
Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ : une partie $I$ de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tout $(a, b) \in I^2$ avec $a < b$ , $[a, b] \subset I$ .	

#### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. Reconnaître une suite extraite.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie. Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minoration. Une suite $(u_n)$ est bornée si et seulement si $( u_n )$ est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	

#### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite $\ell$ en majorant $ u_n - \ell $ , notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $ u_{n+1} - \ell  \leq k  u_n - \ell $ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en classe de Terminale. Notation $u_n \rightarrow \ell$ . Notation $\lim u_n$ .
Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Si une suite possède une limite (finie ou infinie) alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Prouver la divergence d'une suite à l'aide de suite(s) extraite(s).



Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.

Lever une indétermination.

Cas des suites géométriques, arithmétiques.  
Passage à la limite dans une inégalité.

#### d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.  
Divergence par comparaison : si  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  et si, pour tout  $n$ , on a  $u_n \leq v_n$ , alors  $(v_n)$  tend vers  $+\infty$ .

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers  $-\infty$ .

Théorème de la limite monotone.

Exploiter ce théorème sur des exemples.

Théorème des suites adjacentes.

Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type  $f(x) = 0$  et approximations décimales d'un nombre réel.

#### e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$  et  $u_n \sim v_n$ .  
On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$  et  $e^{\gamma n}$ .

Traduire les croissances comparées à l'aide de  $o$ .

Liens entre les différentes relations de comparaison.

Équivalence entre les relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

## Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $] -\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .

### A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point  $a$  appartenant à  $I$  ou extrémité de  $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en  $a$ .

Unicité de la limite.

Si  $f$  admet une limite finie en  $a$  alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en  $a$  lorsque  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $\ell$  par une fonction admettant une limite en  $\ell$ .

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite et le mettre en relation avec l'intuition géométrique.

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ ,  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ .

Notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ .

Notations  $\lim_{x \rightarrow ax > a} f(x)$  ou  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

#### b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

#### c) Continuité en un point

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la continuité.

Pour  $a$  appartenant à  $I$ , la fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si elle admet une limite finie en  $a$ .

Pour  $a$  n'appartenant pas à  $I$ , la fonction  $f$  a une limite finie en  $a$  si et seulement si elle se prolonge par continuité en  $a$ .

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Exploiter ces résultats sur des exemples.

#### d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations. Ensemble  $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ .

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration n'est pas exigible.

$\Leftrightarrow$  I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

#### e) Continuité et bijectivité

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$  ; sa réciproque est continue et strictement monotone sur  $f(I)$  (de même monotonie que la fonction  $f$ ).

Appliquer ce résultat sur des exemples.

Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.

La démonstration est hors programme.

### B - Dérivabilité

#### a) Nombre dérivé, fonction dérivée

Dérivabilité de  $f$  en  $a$ , nombre dérivé.

Équivalence avec l'existence d'un développement limité en  $a$  à l'ordre 1.

Dérivabilité à droite et à gauche en  $a$ .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation  $f'(a)$ .

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes). Interprétation cinématique.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

#### b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si  $f$  et  $g$  sont dérivables en  $a$ , dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $f + g$ ,  $f g$  et, si  $g(a) \neq 0$ , de  $\frac{f}{g}$ .

Dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $g \circ f$  lorsque  $f$  est dérivable en  $a$  et  $g$  est dérivable en  $f(a)$ .

Si  $f$  est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle  $I$  sur l'intervalle  $J$  et si  $f$  est dérivable en  $a$ , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de  $f^{-1}$  en  $f(a)$  et calcul de la dérivée en ce point.

Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe  $\mathcal{C}^1$ .

### c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction  $f$  de  $[a, b]$  dans  $\mathbb{R}$ , continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ , vérifie pour tout  $t$  de  $]a, b[$ ,  $|f'(t)| \leq M$ , alors, pour tous  $x, y$  de  $[a, b]$ , on a  $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ .

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Démonstration non exigible.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Interpréter géométriquement ce résultat.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$ ,  $f'(a) = \ell$  et  $f'$  est continue en  $a$ .

### d) Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur un intervalle  $I$ , où  $k$  appartient à  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ ,

Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Ensemble  $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$ .

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

## Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée au lycée. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale  $\int_{[a,b]} f$  d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$ .

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Inégalité  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Une fonction continue et positive sur  $[a, b]$  (où  $a < b$ ) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

Notations  $\int_a^b f(t) dt$ ,  $\int_a^b f$ .

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ .

### b) Sommes de Riemann et méthode des rectangles

Si  $f$  est une fonction continue de  $[a, b]$  (où  $a < b$ ) dans  $\mathbb{C}$ , alors

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

Interpréter géométriquement cette propriété.

Démonstration dans le cas d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes.

$\Leftrightarrow$  I

### c) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur  $I$  et si  $x_0$  est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .

En particulier, toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle  $I$ , diffèrent d'une constante.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors, pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$ ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) \, dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) \, dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.  
Tout excès de technicité est exclu.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.  
Pour les fonctions rationnelles, on se limite à des cas simples : aucune théorie de la décomposition en éléments simples n'est au programme.

**d) Formule de Taylor avec reste intégral**

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

Exploiter la formule de Taylor avec reste intégral pour établir des égalités, des inégalités.

**Développements limités**

*L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.*

**a) Généralités**

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

avec  $a_0 \neq 0$ .

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  en un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation. Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Calculer le développement limité d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  à partir de ses dérivées successives.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Développements limités usuels.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.  
Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.  
Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $\arctan$ , ainsi que celui de  $\tan$  à l'ordre 3.

**b) Applications des développements limités**

*Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.*

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Aucun résultat général n'est exigible.

**Polynômes**

*L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ( $\mathbb{K}$  désignant  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.*

**a) Polynômes à une indéterminée**Ensemble  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Aucune connaissance de la construction de  $\mathbb{K}[X]$  n'est exigible.

Notation  $a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  ou  $\sum_{p=0}^n a_pX^p$ .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Le degré du polynôme nul vaut par convention  $-\infty$ . Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

**b) Bases de l'arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$** Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ . Diviseurs et multiples.Division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ .

Effectuer une division euclidienne de polynômes.

$\Leftrightarrow$  I

**c) Dérivation**

Polynôme dérivé.

Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit.

Dérivées d'ordre supérieur. Formule de Leibniz.  
Formule de Taylor.

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale associée.

**d) Racines**

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en  $a$  de l'ordre de multiplicité de la racine  $a$ .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

Déterminer les racines d'un polynôme.  
Caractériser les racines par la divisibilité.

**e) Décomposition en facteurs irréductibles**

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles.

Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$ .

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur  $\mathbb{C}$  et sur  $\mathbb{R}$ .

La démonstration de ce théorème est hors programme.

**f) Somme et produit des racines d'un polynôme**

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.  
Cas des polynômes de degré deux.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.



# Calcul matriciel

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

## a) Matrices : opérations et propriétés

Ensemble des matrices à $n$ lignes et $p$ colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ .	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.	
Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit $AX$ d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de $A$ .
Produit de deux matrices.	Interpréter la $j$ -ième colonne du produit $AB$ comme le produit de $A$ par la $j$ -ième colonne de $B$ . Interpréter la $i$ -ième ligne du produit $AB$ comme le produit de la $i$ -ième ligne de $A$ par $B$ .
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

## b) Matrice inversible

Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{K})$ , l'ensemble des matrices inversibles de taille $n$ .	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée $A$ par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où $X$ et $B$ sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est hors programme.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

## c) Application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ canoniquement associée à une matrice

*On peut identifier les éléments de  $\mathbb{K}^p$  et de  $\mathbb{K}^n$  avec des matrices colonnes.*

Application $X \mapsto AX$ . Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image $AX$ est combinaison linéaire des colonnes de $A$ .	
Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de $A$ . On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur  $\mathbb{R}$  et sur  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques développées dans les chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;
- mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

### A - Espaces vectoriels

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Définition d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence :  $\mathbb{K}^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  pour  $\Omega$  non vide (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Produit d'une famille finie de  $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à  $p$  inconnues et à coefficients dans  $\mathbb{K}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^p$ .

L'ensemble des solutions sur un intervalle  $I$  d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^I = \mathcal{F}(I, \mathbb{K})$ .

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.

Notation  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Somme de deux sous-espaces  $F$  et  $G$  d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$ .

La somme  $F + G$  est dite directe si l'écriture de tout vecteur de  $F + G$  comme somme d'un élément de  $F$  et d'un élément de  $G$  est unique.

Exploiter une relation  $F \cap G = \{0\}$  pour démontrer que  $F$  et  $G$  sont en somme directe.

Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.

Sous-espaces supplémentaires.

**b) Familles finies de vecteurs**

Vecteurs colinéaires.  
Famille libre, famille liée.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés échelonnés est libre.  
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.  
Exemples usuels : bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur  $x$  dans une base  $\mathcal{B}$ .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.  
Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$ .

Base adaptée à une somme directe.  
Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

**B - Espaces vectoriels de dimension finie****a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Exhiber une base d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie.

Application à l'existence d'une base pour tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n+1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est de dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice.

On convient que l'espace  $\{0_E\}$  est de dimension nulle.

**b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie**

Si  $F$  est un sous-espace d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie alors  $F$  est de dimension finie et  $\dim(F) \leq \dim(E)$ . De plus,  $F = E$  si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Cas d'une somme directe.

### c) Famille finie de vecteurs

Rang d'une famille finie  $(u_1, \dots, u_p)$  de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre.

Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice.

Notation  $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$ .

## C - Applications linéaires et représentations matricielles

### a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Règles de calcul.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Image directe, image réciproque d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

L'image par une application linéaire  $u$  d'une famille génératrice de  $E$  est génératrice de  $\text{Im}(u)$ .

Notations  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{L}(E)$ .

Notation  $\text{GL}(E)$  pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.

Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.

Notations  $\text{Im}(u)$ ,  $\text{Ker}(u)$ .

### b) Isomorphismes

Une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de  $E$  en une base de  $F$ .

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

Contre-exemples en dimension infinie.

### c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

### d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties.

Notation  $\text{Id}_E$ .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Démontrer qu'un endomorphisme donné est un projecteur à l'aide de la caractérisation  $p \circ p = p$ .  
Démontrer qu'un endomorphisme donné est une symétrie à l'aide de la caractérisation  $s \circ s = \text{Id}_E$ .

### e) Rang d'une application linéaire

Application linéaire de rang fini.  
Rang d'une composée :

$$\text{rg}(v \circ u) \leq \min(\text{rg}(u), \text{rg}(v))$$

Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.  
Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et  $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$ .

La démonstration est hors programme.

### f) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue  $x \in E$ , est dite linéaire si elle est de la forme  $u(x) = b$  où  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $b \in F$ .  
Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec  $\text{Ker}(u)$  et  $\text{Im}(u)$ .

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.  
La notion de sous-espace affine est hors programme.

### g) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire  $u$  dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme  $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$ . Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .  
Matrice d'une composée.  
Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.  
Matrice de passage d'une base à une autre.  
Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.  
Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de  $u(x)$  en fonction de celles de  $x$ .  
Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie.  
Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$ , où  $\mathcal{B}$  est une base de l'espace de départ et  $\mathcal{C}$  une base de l'espace d'arrivée.  
Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  dans le cas où  $\mathcal{B} = \mathcal{C}$ .  
Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).  
Choisir une base adaptée à un problème donné.  
L'objectif est de donner une première approche de notions qui seront approfondies en seconde année.  
La diagonalisation des endomorphismes est hors programme.

### h) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice  $A$ , pour  $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Le rang d'une matrice  $A$  est égal au rang du système  $AX = 0$ .

Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang.  
Le rang de  $A$  est défini comme le rang de ses vecteurs colonnes dans  $\mathbb{K}^n$  ou, de manière équivalente, comme le rang de l'application linéaire de  $\mathbb{K}^p$  dans  $\mathbb{K}^n$  qui lui est canoniquement associée. On admet que le rang d'une matrice est égal au rang de ses vecteurs lignes.

Le rang d'une famille de vecteurs est égal au rang de sa matrice dans une base.

Le rang d'une application linéaire est égal au rang de sa matrice dans un couple de bases.

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang. Conservation du rang par multiplication à droite ou à gauche par une matrice inversible.

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.

Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples  $\Leftrightarrow$  I.

## Probabilités sur un univers fini

*Ce chapitre a pour objectifs de mettre en place un cadre théorique permettant de fonder l'étude des probabilités dans le cas d'un univers fini et de développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste. On enrichit le point de vue fréquentiste étudié au lycée par une formalisation ensembliste. On mettra l'accent sur des exemples issus de la vie courante ou provenant des autres disciplines.*

### a) Espaces probabilisés finis

Expérience aléatoire. L'ensemble des issues (ou résultats possibles, ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

Événement, événement élémentaire (singleton). Événement certain, événement impossible, événement contraire, événements incompatibles. Opérations sur les événements. Système complet d'événements.

On appelle probabilité sur un univers fini  $\Omega$  toute application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0,1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour tout couple  $(A,B)$  de parties disjointes de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

Probabilité de l'union de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance d'une probabilité.

Si  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  et  $p_1, \dots, p_n$  sont des réels positifs de somme 1, il existe une et une seule probabilité  $P$  sur  $\Omega$  telle que :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, P(\{\omega_i\}) = p_i$$

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Modéliser des situations aléatoires.

On se limite au cas où l'univers  $\Omega$  est fini.

Maîtriser le lien entre point de vue ensembliste et point de vue probabiliste.

On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de  $\Omega$ .

Notation  $\bar{A}$  pour l'événement contraire.

Expliciter l'espace probabilisé modélisant une situation aléatoire décrite en langage naturel.

Calculer la probabilité d'un événement à partir d'un tableau de probabilités.

Choisir les valeurs des  $p_i$  revient à choisir un modèle probabiliste.

### b) Indépendance et conditionnement

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(B) > 0$ , on appelle probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  le réel

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

On la note aussi  $P(A|B)$ .

Formules des probabilités composées, des probabilités totales.

Illustrer une expérience aléatoire à l'aide d'arbres de probabilités.

La définition de  $P_B(A)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

L'application  $P_B$  est une probabilité.

Formules de Bayes :

- si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

Indépendance de deux événements.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A|B) = P(A)$ .

L'indépendance des événements  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

## Variables aléatoires réelles sur un univers fini

*La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite aux variables aléatoires réelles définies sur un univers fini.*

### a) Variable aléatoire

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi de probabilité  $P_X$  et fonction de répartition.

Image d'une variable aléatoire par une application.

Modéliser des situations données en langage naturel à l'aide de variables aléatoires.

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ . Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

Déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible.

### b) Espérance

Définition de l'espérance d'une variable aléatoire. Variable centrée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\})X(\omega).$$

Théorème de transfert : si  $X$  est une variable aléatoire réelle à valeurs finies et  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , alors l'espérance de la variable aléatoire  $\varphi(X)$  est donnée par la formule

$$E(\varphi(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} \varphi(x)P(X = x).$$

En particulier,  $E(aX + b) = aE(X) + b$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.

Interpréter l'espérance en terme de moyenne pondérée.  $\Leftrightarrow$  PC SI : centre de gravité.

Calculer une espérance à l'aide de la formule du transfert.

On admet de manière plus générale la linéarité de l'espérance.

**c) Variance et écart type d'une variable aléatoire**

Variance et écart type d'une variable aléatoire. Variable réduite.

Relation  $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$  (Kœnig-Huygens).  
 $V(aX + b) = a^2V(X)$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.  
 Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Interpréter la variance comme indicateur de dispersion. Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.

$\Leftrightarrow$  PC SI : moments d'inertie.

Interpréter la variance comme un indicateur de dispersion.

L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

**d) Lois usuelles**

Loi certaine.  
 Loi uniforme.

Reconnaître des situations modélisables par une loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ .

Reconnaître des situations modélisables par une loi de Bernoulli.

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

Reconnaître des situations modélisables par une loi binomiale.

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Espérance et variance associées à ces différentes lois.



## Annexe aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur de TSI « Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique-chimie et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Dans le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Equations algébriques</b>	
Système linéaire de $n$ équations à $p$ inconnues	Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles. Exprimer la dépendance dans le seul cas $n = p = 2$ . Résoudre analytiquement dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas. <i>Exemples : systèmes d'ordre 3 : <math>n = p = 3</math> en mécanique (statique du solide).</i>
Équation non linéaire	Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme $f(x) = g(x)$ de l'égalité de deux fonctions $f$ et $g$ classiques. Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique. <i>Exemples : point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>2. Equations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<p>Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</p> <p>Exploiter l'équation caractéristique.</p> <p>Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</p> <p>Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques.</p> <p>Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</p> <p>Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</p> <p>Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal.</p> <p>Déterminer le module et la phase des grandeurs.</p> <p>Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire.</p> <p><i>Exemples : électrocinétique, mécanique, thermique...</i></p>
Équation quelconque	<p>Intégrer numériquement avec un outil fourni.</p> <p><i>Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.</i></p>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles	<p>Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, <math>x \rightarrow x^2</math>, <math>x \rightarrow \frac{1}{x}</math>, <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math>.</p>
Dérivée	<p>Interpréter géométriquement la dérivée.</p> <p>Dériver une fonction composée.</p> <p>Rechercher un extrémum.</p> <p><i>Exemples : phénomène de résonance, couple maximum d'une machine asynchrone.</i></p>
Primitive et intégrale	<p>Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales.</p>

Valeurs moyenne et efficace	Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. <i>Exemples : fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques.</i>
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. <i>Exemples : réponses fréquentielles (diagramme de Bode).</i>
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$ , exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. <i>Exemple : repérage d'un point dans l'espace en cinématique.</i>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. <i>Exemples : projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel.</i>
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. <i>Exemples : calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires.</i>

Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes  Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle. Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ . Reconnaître les équations paramétriques $x = a \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $y = a \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi = 0$ , $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\varphi = \pi$ . Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. <i>Exemple : recherche d'un centre de gravité d'un solide.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme $A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)$ à la forme $C \cdot \cos(\omega t - \varphi)$

<p>Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes</p>	<p>Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.  <i>Exemples : diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : <math>\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}}</math> <math>1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0</math></i></p>
<p>Calcul matriciel (en SII uniquement)</p>	<p>Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur  <i>Exemple : calcul du moment dynamique.</i>          Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice.  <i>Exemple : simplification d'une matrice d'inertie.</i></p>

## **ANNEXE 2**

# PROGRAMME DE PHYSIQUE-CHIMIE TSI

## Préambule

Le programme de physique-chimie de TSI s'inscrit dans une double continuité : d'une part avec les nouveaux programmes de terminale des séries technologiques et d'autre part avec l'enseignement dans les grandes écoles. Ce programme a été construit pour faire réussir tous les élèves qui ont été formés dans le cadre du lycée rénové et les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en vue de devenir ingénieur, chercheur ou enseignant et, plus généralement, être à même de se former tout au long de la vie.

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux volets s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Cela nécessite d'asseoir un socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique chimie mais aussi de développer des compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Le développement des compétences se fera au moyen de la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des élèves et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent à développer chez l'élève, outre des compétences purement scientifiques, l'autonomie, l'esprit critique, la prise d'initiative, la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Elles permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

Concernant l'aspect théorique, le socle de connaissances et de capacités scientifiques a été conçu de manière à amener les concepts scientifiques et les outils mathématiques nécessaires à leur modélisation de manière très progressive. La priorité doit être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques dans la résolution des problèmes et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers les questions de fond (modélisation, analyse des résultats...). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en enlevant la contrainte d'obtenir une équation dont la résolution analytique serait accessible à l'étudiant.

Le programme fait une très large place à la démarche expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale. Les activités expérimentales permettent l'acquisition de compétences spécifiques, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées ;
- le second concerne l'identification, tout au long du programme, de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

- 1 dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;
- 2 dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
- 3 dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus »

correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres :

- **premier semestre** : la partie « **signaux physiques** » est construite autour de la notion de grandeurs physiques scalaires dépendant du temps et, éventuellement, d'une variable d'espace. Elle aborde différents champs de la physique afin de montrer la transférabilité de certains modèles. La partie « **transformation de la matière** » permet de continuer à installer les outils nécessaires à la description et l'évolution d'un système chimique. La partie « **architecture de la matière** » vient compléter les connaissances acquises par les élèves au lycée.
- **second semestre** : les grandeurs vectorielles sont introduites dans les parties « **mécanique** » et « **induction** ». La partie « **thermodynamique** » permet l'utilisation de fonctions de plusieurs variables. La partie « **transformations chimiques en solution aqueuse** » a pour objectif principal de permettre à l'élève de reconnaître les principaux types de réactions chimiques en solution, à travers les phénomènes ou dispositifs faisant intervenir des réactions d'oxydo-réduction et d'apprendre à utiliser les diagrammes potentiel-pH.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de première année de TSI sont précisés en annexe.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les élèves. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- la mise en activité des élèves : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les élèves seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités allant dans le même sens ;
- la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique et la chimie se sont développées uniquement afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en TSI, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels. Toute démarche purement descendante est à proscrire ;
- **une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de mathématiques et de sciences industrielles.**



# Démarche scientifique

## Démarche expérimentale

### Compétences mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Capacités exigibles associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation</li><li>- énoncer une problématique</li><li>- définir des objectifs</li></ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- formuler une hypothèse</li><li>- proposer une stratégie pour répondre à une problématique</li><li>- proposer un modèle</li><li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li><li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li></ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- mettre en œuvre un protocole</li><li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel</li><li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li><li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li></ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li><li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li><li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li><li>- analyser les résultats de manière critique</li><li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li></ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- à l'écrit comme à l'oral :<ul style="list-style-type: none"><li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li><li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li><li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li></ul></li><li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li></ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- travailler seul ou en équipe</li><li>- solliciter une aide de manière pertinente</li><li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li></ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

# Démarche scientifique

## Résolution de problème

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ...
Etablir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	Présenter la résolution, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10% près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat ;

## Démarche scientifique

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Etre capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie ... le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène ... ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement.

# Démarche scientifique

## Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin d'en permettre l'accès en toute autonomie avec la conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné entre la méconnaissance (et donc la découverte) et la maîtrise absolue.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles, relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles permettent de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la démarche expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la troisième partie du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie. Elle permet de poursuivre la formation initiée en terminale dans le domaine de la « **mesure et des incertitudes** » et l'acquisition des capacités expérimentales présentées dans la partie « **mesures et savoir-faire** » afin qu'elles soient pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Au laboratoire de chimie, les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet de produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque.

### Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure ..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières STI2D et STL du lycée.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'appropriier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Pour assurer le succès de cette formation en filière TSI, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme tout au long des deux années préparatoires et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toutes séquences de cours spécifiques. L'informatique fournit aux élèves les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes (notamment composées) sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
Évaluation d'une incertitude-type.	Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).  Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).
Incertitude-type composée.	Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel. Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.
Incertitude élargie.	Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.
Présentation d'un résultat expérimental.	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.
Acceptabilité du résultat et	Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant,

## Formation expérimentale

analyse du mesurage (ou processus de mesure).	par exemple, à une valeur de référence. Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.
---	---

### Mesures et savoir-faire

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut-être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie consacrée à la démarche expérimentale.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>1. Mesures d'angles, de longueurs, de volume et de masse</b></p> <p>Longueurs : sur un banc d'optique.</p> <p>Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.</p> <p>Angles : avec un goniomètre.</p> <p>Longueurs d'onde.</p> <p>Volume : avec une pipette, éprouvette, fiole, burette. Verrerie jaugée et graduée.</p> <p>Masse : avec une balance de précision.</p>	<p>Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement d'un viseur entre deux positions.</p> <p>Pouvoir évaluer avec précision, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.</p> <p>Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette autocollimatrice.</p> <p>Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe. Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.</p> <p>Distinguer verrerie in et verrerie ex.</p> <p>Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide ou d'une solution de concentration molaire connue.</p>
<p><b>2. Mesures de temps et de fréquences</b></p> <p>Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition.</p> <p>Analyse spectrale.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un</p>

## Formation expérimentale

<p>Décalage temporel, déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>
<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre ou au capacimètre ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.</p> <p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- amplification, filtrage ;</li> <li>- sommation.</li> </ul>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ;</li> <li>- définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul> <p>Tracer la caractéristique statique d'un capteur.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p> <p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison masse.</p> <p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique.</p> <p>Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p>
<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée.</p> <p>Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée.</p> <p>Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette autocollimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser un spectre à l'aide d'un spectromètre.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Visualiser et décomposer un</p>	<p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie.</p>

## Formation expérimentale

mouvement.	Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
Mesurer une vitesse, une accélération.	Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre.
Quantifier une action.	Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
6. Thermodynamique	
Mesurer une pression.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.
Mesurer une température.	Mettre en œuvre un capteur de température.
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
7. Chimie	
Méthode conductimétrique.	Suivre un titrage par conductimétrie. Repérer l'équivalence et l'exploiter pour le calcul de la valeur d'une concentration.
Méthode pH-métrique.	Suivre un titrage par pH-métrie. Repérer l'équivalence et l'exploiter pour le calcul de la valeur d'une concentration. Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre.
Indicateurs colorés.	Effectuer un titrage en utilisant un indicateur de fin de réaction.
Méthode potentiométrique.	Suivre un titrage par potentiométrie à intensité nulle. Exploiter la courbe de titrage pour le calcul des potentiels standard.
Cinétique chimique.	Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.



# CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

## Signaux physiques

### Présentation

Cette partie constitue le programme de physique du premier semestre. Elle est construite autour du signal physique, et du caractère central qu'occupe le signal sinusoïdal dans l'étude des systèmes linéaires. Dans le cycle terminal du lycée, les principales grandeurs physiques associées aux phénomènes physiques ont été introduites. Une approche énergétique a été mise en œuvre permettant ainsi d'installer le principe de conservation de l'énergie. Il convient maintenant de familiariser les élèves avec la modélisation de systèmes dont les grandeurs physiques varient de manière temporelle ou spatiale en se limitant dans cette partie aux grandeurs scalaires.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques.

Dans la **partie 1** consacrée à la propagation, il est indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles, sans qu'aucune référence soit faite ici à une expression mathématique du signal. L'introduction de la somme de deux sinusoïdes à travers le phénomène d'interférences permet de faire ressortir le rôle essentiel que joue le déphasage entre deux signaux dans le signal résultant obtenu. L'approche de la diffraction est purement descriptive et expérimentale, et envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'introduire l'approximation de l'optique géométrique.

La **partie 2** portant sur l'optique géométrique ne doit pas être enseignée ou évaluée pour elle-même mais avec comme seuls objectifs de servir de point d'appui pour des approches expérimentales en première année et pour l'étude de l'optique physique en deuxième année.

La **partie 3** présente l'aspect corpusculaire de la lumière, son interaction avec la matière et les conséquences de la théorie des quanta sur le fonctionnement d'une diode électroluminescente ou d'une cellule photovoltaïque. On évitera tout développement théorique ; ainsi, on admettra l'existence de deux bandes d'énergie dans un semi-conducteur, la bande de conduction et la bande de valence, séparées par une bande interdite inaccessible aux électrons. On pourra profiter de l'occasion pour faire un peu d'histoire des sciences et pour sensibiliser les élèves aux limites d'une théorie : évoquer le problème de la stabilité des atomes dans le modèle de Bohr, les spectres de raies des lampes spectrales, le rayonnement du corps noir, l'effet photoélectrique ... autant de questionnements qui ont conduit à l'émergence d'une nouvelle physique à l'origine des révolutions technologiques du 20<sup>ème</sup> et du 21<sup>ème</sup> siècle.

La **partie 4** pose les bases nécessaires pour l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Compte tenu du peu de connaissances acquises au lycée dans ce domaine, le choix a été fait de se concentrer sur les dipôles R, L et C. Bien entendu, les travaux pratiques peuvent faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs linéaires intégrés ALI, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, capteurs...) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Les **parties 5 et 6** abordent l'étude des systèmes linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et l'exploitation de tels outils pour analyser l'évolution des signaux dans un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance a priori de catalogues de filtres, même s'il va de soi que le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple d'un filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie d'après le spectre du signal d'entrée. L'étude de régimes libres à partir d'un portrait de phases est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

La présentation de la partie mécanique de la partie 6 doit, dans mesure du possible, s'appuyer sur des systèmes réels et concrets choisis par le professeur. Par exemple, on peut envisager d'étudier une suspension de voiture: la modélisation porterait tout d'abord sur le ressort seul (6-1), mettant ainsi en évidence la nécessité d'intégrer un système de dissipation de l'énergie cinétique amortissant les oscillations du véhicule (6-2). Le système global permet de filtrer les irrégularités de la chaussée (6-3). On privilégiera l'utilisation de l'outil numérique.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

La fonction filtrage est présentée en physique. En SII, l'opération de filtrage se limite à une approche par gabarit et les filtres seront mis en œuvre dans le contexte de la mesure sur un système.

### Objectifs généraux de formation

Outre la maîtrise des compétences reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans la modélisation de l'évolution temporelle d'un système ;
- comprendre sa traduction dans un portrait de phases ;
- relier linéarité et superposition ;
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire ;
- interpréter physiquement et distinguer les représentations spatiales et temporelles d'un signal qui se propage ;
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés ;
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul.

Il importe toutefois de réaliser qu'à l'issue de cette partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises, et qu'il convient d'y revenir à chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.  Connaître quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.  <b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b>
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b>  Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.
<b>Diffraction à l'infini.</b>	Utiliser la relation $\theta \approx \lambda/d$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.  <b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b>
<b>2. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Modèle de la source ponctuelle	

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

monochromatique.	
Indice d'un milieu transparent.	Établir la relation entre la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.  Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux.  Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes uniquement).  <b>Mettre en oeuvre expérimentalement à l'aide de deux lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b>
L'œil.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.  Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
L'appareil photographique numérique.	Approche documentaire : en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image et le rôle du capteur sur la qualité de cette image.
<b>3. Aspect corpusculaire de la lumière</b>	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Énergie d'un photon et d'un flux de photons.	Interpréter les échanges d'énergie entre lumière et matière à l'aide du modèle corpusculaire de la lumière.  Quantifier l'énergie reçue par une cellule photovoltaïque.  Exploiter des données techniques de performances d'une diode électroluminescente (efficacité énergétique, durée de vie, température de couleur, IRC ...).
<b>4. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant.  Potentiel, référence de potentiel, tension.	Exprimer une charge électrique sous forme quantifiée. Distinguer la nature des différents porteurs de charges et les origines du courant électrique.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et connaître les conventions récepteur et générateur.  Connaître les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	<p>Citer les relations entre l'intensité et la tension et les ordres de grandeurs pour les composants R, L, C.</p> <p>Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.</p>
Puissance.	<p>Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.</p> <p>Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou dans une bobine.</p>
Association de deux résistances	<p>Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.</p> <p>Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.</p>
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<p><b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b></p> <p>Extraire les grandeurs d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.</p>
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement	<p><b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental</b></p>
<b>5. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser, pour un circuit, l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Utiliser un modèle équivalent aux dipôles pour déterminer les grandeurs électriques en régime permanent.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir la relation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir qualitativement l'évolution du système avant toute résolution de l'équation différentielle.</p>
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.
<b>6. Comportement dynamique d'un système au voisinage d'une position d'équilibre stable. Réponse à une excitation</b>	
6-1. Oscillation harmonique	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	<p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique.</p> <p>Exprimer la solution compte tenu des conditions initiales.</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Tracer le portrait de phase.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

	<p>Déterminer, en s'appuyant uniquement sur des arguments physiques et une analyse dimensionnelle, la position d'équilibre et le mouvement d'une masse fixée à un ressort vertical.</p>
<p>6-2. Oscillateurs amortis Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.</p> <p>Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes. Association de deux impédances.</p> <p>Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.</p>	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b> <b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique la relation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.</p> <p>Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé.</p> <p>A l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation ou en tension.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p>
<p>6.3. Filtrage linéaire Signaux périodiques.</p> <p>Gabarit d'un filtre. Fréquences de coupure.</p> <p>Fonction de transfert harmonique. Diagrammes de Bode.</p>	<p>Exploiter le spectre d'un signal périodique ; déterminer la composante continue, le fondamental et les harmoniques.</p> <p>Définir la valeur moyenne et la valeur efficace.</p> <p>Reconnaître les gabarits des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande.</p> <p>Déterminer qualitativement le spectre du signal de sortie d'un filtre, le spectre du signal d'entrée et le gabarit ou le diagramme de Bode du filtre étant donnés.</p> <p>Prévoir le comportement d'un filtre en hautes et basses fréquences.</p> <p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales.</p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes</p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

<p>Modèles simples de filtres passifs: passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.</p>	<p>des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant la fonction de filtrage d'un système linéaire.</b></p> <p>Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée.</p> <p>Approche documentaire : expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètres, amortisseurs, accéléromètre...).</p> <p><b>Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.</b></p>
---	--

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

### Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation. Afin d'approcher la chimie par un angle macroscopique, ce sont les espèces chimiques et les transformations de la matière qui seront abordées en premier lieu. Les exemples choisis seront nombreux afin d'illustrer la variété de domaines concernés par cette discipline. L'approche expérimentale sera privilégiée.

Dans un premier temps, les outils nécessaires à la description et l'évolution d'un système chimique seront présentés. On se limite alors à un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique symbolisée par une équation chimique à laquelle est associée une constante d'équilibre thermodynamique. Sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel, on prévoit le sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et on en détermine la composition à l'état final. Les capacités travaillées au premier semestre seront réinvesties au second semestre, dans le cas particulier des transformations chimiques en solution aqueuse.

Cette partie du programme permet ainsi de rappeler et de réinvestir les acquis du lycée concernant les transformations acido-basiques et d'oxydo-réduction.

Dans un deuxième temps, l'évolution temporelle des systèmes chimiques sera étudiée. Cette partie va permettre d'accéder à la vitesse de la réaction chimique étudiée d'abord dans le cas d'un réacteur fermé parfaitement agité. L'approche expérimentale permettra de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de la loi de vitesse. La notion d'ordre émergera du suivi temporel d'une transformation chimique. D'un point de vue expérimental, il pourra s'agir de la mesure de l'absorbance ou de la conductivité du milieu réactionnel. L'outil informatique sera mis à profit pour établir la loi cinétique à partir de ce suivi.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. La transformation de la matière	
Transformations de la matière. Transformations physique, chimique, nucléaire.	Reconnaître la nature d'une transformation.
Transformations physiques. États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin.  Notion de phase.	Reconnaître une transformation allotropique.
Système physico-chimique. Constituants physico-chimiques.  Mole, masse molaire.  Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.	Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système. Utiliser de manière précise le vocabulaire : élément, corps simple, corps composé, corps pur, espèce chimique.  Déterminer la masse molaire d'une espèce chimique.  Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.
Transformation chimique. Réaction chimique : équation de réaction, avancement, constante thermodynamique d'équilibre.	Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.
Évolution d'un système lors d'une	<b>Déterminer une constante d'équilibre.</b>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

transformation chimique modélisée par une réaction chimique unique: activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.	Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélange de gaz parfaits. Exprimer le quotient réactionnel. Prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.
Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.
<b>2. Évolution temporelle des systèmes chimiques</b>	
<i>Dans le cas d'un réacteur fermé de composition uniforme :</i> - vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit ; - vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.	<b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b>  Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.
<i>Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</i>  Temps de demi-réaction.	<b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b>  Exprimer la loi de vitesse quand la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Évaluer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction.

### Architecture de la matière

Depuis la classe de seconde, les élèves ont appréhendé différentes notions relatives à l'architecture de la matière. L'objectif de cette partie est de compléter ces connaissances. Pour cela, l'étude est centrée sur la classification périodique des éléments, outil important du chimiste ; le programme vise à développer les capacités relatives à son utilisation : extraction des informations qui y sont contenues, prévisions de réactivité des corps simples, prévision de la nature de la liaison chimique dans les corps composés...

La quantification des niveaux d'énergie et l'introduction des nombres quantiques seront l'occasion pour le professeur de faire le lien avec le bloc « modèle corpusculaire de la lumière » de la partie « Signaux physiques » du programme de physique.

L'objectif de la deuxième partie est de proposer une représentation simple d'entités chimiques moléculaires à l'aide du modèle de Lewis. On ne l'applique qu'à des structures contenant les éléments C, H, O et N. On pourra montrer, sur quelques exemples, les limites du modèle de Lewis.

Quelques notions sur les cristaux parfaits terminent cette partie. Aucun calcul de cristallographie n'est au programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Classification périodique des éléments</b>	
Atomes et éléments. Electrons, protons, neutrons	Donner la composition d'un élément à partir de A et Z.
Le noyau : nombres Z, A, isotopes.	Comparer les ordres de grandeur de la dimension d'un atome à celle de son noyau. Estimer l'ordre de grandeur de la masse d'un atome.
Nombres quantiques $n$ , $l$ , $m_l$ et $m_s$ .	Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électronique d'un atome donné.
Configuration électronique d'un	Établir la configuration électronique d'un atome dans son état



## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence	<p>fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible).</p> <p>Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.</p>
Classification périodique des éléments.	<p>Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant.</p> <p>Positionner et reconnaître dans le tableau périodique métaux et non métaux.</p> <p>Situer dans le tableau les familles suivantes et énoncer leurs caractéristiques : métaux alcalins halogènes et gaz nobles.</p>
<b>2. Molécules et cristaux</b>	
<p>Description des entités chimiques moléculaires.</p> <p>Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique constitué des éléments C, H, O et N.</p> <p>Liaison covalente localisée (modèle limite).</p>	<p>Utiliser la règle de l'octet et du duet.</p>
<p>Modèle du cristal parfait.</p> <p>Exemples de cristaux métalliques, ioniques et covalents.</p>	<p>Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques.</p> <p>Sur des mailles simples, reconnaître la formule chimique qui représente le solide.</p> <p><b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

# CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

## Mécanique

### Présentation

Après la partie « signaux physiques » du programme où on ne s'intéresse qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace ou de temps, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace.

Le programme de mécanique s'inscrit dans le prolongement du programme du cycle terminal des séries technologiques qui privilégie une approche énergétique. L'objectif majeur est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (loi de l'inertie, principe fondamental de la dynamique, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique, loi des actions réciproques). On se limite à l'étude de la mécanique dans un référentiel galiléen.

La **partie 1** donne des éléments de cinématique du point (les exemples étant limités aux mouvements plans) et de cinématique du solide (limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe). Il convient de construire les outils sans formalisme excessif en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours et d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction des systèmes de repérage est illustrée par le mouvement à accélération constante pour le cas du repérage cartésien et par le cas du mouvement circulaire pour le repérage polaire. Il importe d'être conscient que la géométrie est peu étudiée dans les cours de mathématiques : à cet égard la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue mais tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement par le fait que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'explicitier la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation : la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible même s'il est recommandé d'en parler pour que les élèves puissent faire le lien avec le cours de SII.

La **partie 2** introduit les bases de la mécanique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations qu'on aurait simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Il est au contraire nécessaire d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels d'intégration numérique...) qui permettent de traiter des problèmes réels dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu à l'aide d'un logiciel ou expérimentalement. Cette partie trouvera son prolongement en SII lors du troisième semestre de formation.

Dans la **partie 3**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue. Il est essentiel de faire le lien avec le cours de SII et de bien faire comprendre aux élèves que dans le cas particulier d'un solide en mouvement autour d'un axe fixe, une équation scalaire est suffisante pour caractériser le mouvement.

### Objectifs généraux de formation

La mécanique doit contribuer par-ailleurs plus particulièrement à développer des compétences transversales suivantes.

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées ;
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles ;
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires) ;

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour confronter les informations qu'ils fournissent sur la ou les équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système ;
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives ;
- rechercher les paramètres significatifs d'un problème ;
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux ;
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux petits angles et système masse-ressort ;
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces...) ;
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Éléments de cinématique</b>	
<b>1.1 Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques.	Utiliser les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et polaires.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Mouvement rectiligne à accélération constante.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps.
Mouvement courbe de vecteur-accélération constant.	Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers.</b>	
Définition d'un solide.	Distinguer un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.
<b>2. Mécanique newtonienne</b>	
<b>2.1 Principe fondamental de la dynamique</b>	
Notions sur les quatre interactions	Distinguer les interactions de portée illimitée de celles dont la portée

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

fondamentales.	est limitée à la dimension du noyau atomique.
Forces. Loi des actions réciproques.	Utiliser les forces usuelles (en particulier : poids, force de rappel d'un ressort, tension d'un fil, forces de frottements fluide et solide, poussée d'Archimède)  Établir un bilan des forces et en rendre compte sur une figure.
Quantité de mouvement d'un point matériel	Utiliser l'expression de la quantité de mouvement d'un point matériel.
Référentiel galiléen. Loi de l'inertie.	Définir le mouvement relatif d'un référentiel galiléen par rapport à un autre référentiel galiléen.
Quantité de mouvement d'un point. Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un solide.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
Influence de la résistance de l'air.	Prendre en compte par une approche numérique des frottements fluides pour modéliser une situation réelle.  Exploiter un portrait de phase.  Exploiter numériquement une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation d'un logiciel d'intégration numérique.  <b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b>
Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.  Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.  Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.  Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de mesurer un coefficient de frottement solide.</b>
2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel.	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaitre le caractère moteur ou résistant d'une force.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Energie potentielle. Énergie mécanique.	Utiliser les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.
Mouvement conservatif.  Mouvement conservatif à une dimension.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaitre les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.  Dédire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Dédire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

3. Mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe	
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe. Moment d'inertie.	Utiliser la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.  Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté.  Définir un couple de forces, le moment d'un couple.  Définir une liaison pivot et justifier la valeur du moment. Faire le lien avec les torseurs d'actions vus en SII, distinguer moment et résultante.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	Déterminer l'équation du mouvement, le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation étant donné.
Pendule pesant.	Etablir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.  Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolitif.  Utiliser un logiciel d'intégration numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.  <b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique du pendule.</b>
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser l'expression de l'énergie cinétique, le moment d'inertie étant fourni.
Loi de l'énergie cinétique.	Constater l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

### Induction et conversion électromécanique

#### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants pour lesquels seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de terminale dans les séries technologiques. Elle a pour objectif d'installer les concepts de base permettant de modéliser les phénomènes de conversion électromagnétique. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. On se limitera aux structures ne comportant pas de matériaux magnétiques. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, dans la géométrie des rails de Laplace.

L'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

La **partie 1 « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de terminale et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur.

Dans la **partie 2 « Forces de Laplace »**, la force de Laplace est introduite sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme.

La **partie 3 « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue qu'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où on se place.

La **partie 4 « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur parfait et propose une approche documentaire de la production et du transport de l'énergie électrique. En SII les transformateurs pourront être utilisés dans le cadre de l'étude de systèmes en faisant référence au cours de physique.

La **partie 5 « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** présente des systèmes simples de conversion de puissance.

Enfin, la **partie 6 « Convertisseurs électromécaniques »** présente les convertisseurs de puissance les plus courants. Les principes de fonctionnement sont expliqués qualitativement et l'étude se focalise sur le transfert d'énergie et son caractère réversible. Cette partie doit mettre en évidence la limitation en puissance des dispositifs n'utilisant pas de matériaux magnétiques et les limites du modèle de la force de Laplace.

#### Objectifs généraux de formation

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs ;
- évaluer les actions d'un champ magnétique sur un circuit parcouru par un courant ou, par analogie, sur un aimant ;
- utiliser la notion de moment magnétique ;
- évaluer des ordres de grandeur ;
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte ;
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques ;
- effectuer des bilans énergétiques ;
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs ;
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction.



## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.  Identifier l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.  Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.  Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.
<b>2. Forces de Laplace</b>	
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.  Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de cotés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Établir et connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>
Création d'un mouvement circulaire	<b>Mettre en mouvement de rotation une aiguille aimantée grâce au champ magnétique créé par plusieurs bobines.</b>
<b>3. Lois de l'induction</b>	
Flux d'un champ magnétique.	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday.	
Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	
Loi de modération de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
Auto-induction. Flux propre et inductance propre.  Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modération de Lenz.  Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Cas de deux bobines en interaction. Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale », le champ magnétique créé par une bobine étant donné.
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie.
Transformateur de tension parfait.	Établir la loi des tensions.
Production et transport de l'énergie électrique.	Approche documentaire : <ul style="list-style-type: none"> <li>• mobiliser les connaissances acquises pour expliquer le principe d'une chaîne de production et de transport d'énergie électrique.</li> <li>• connaître des ordres de grandeur de la puissance consommée ou produite par une lampe, un téléviseur, un radiateur électrique, une éolienne, un barrage, une centrale nucléaire.</li> </ul>
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
Conversion de puissance mécanique en puissance électrique. Rail de Laplace.  Freinage par induction.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.  Effectuer un bilan énergétique.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

<p>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique. Haut-parleur électrodynamique.</p> <p>Moteur à courant continu à entrefer plan.</p>	<p>Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique.</p> <p>Utiliser la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.</p> <p>Effectuer un bilan énergétique.</p> <p>Expliquer le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu à entrefer plan en utilisant les forces de Laplace.</p>
<p>6. Convertisseurs électromécaniques</p>	
<p>Moteur à courant continu, machine synchrone, machine asynchrone.</p> <p>Pilotage des moteurs.</p>	<p>Décrire qualitativement les principes des machines.</p> <p>Expliquer les avantages et inconvénients des différentes machines et donner des exemples d'utilisation.</p> <p><b>Effectuer un bilan énergétique.</b></p> <p><b>Modifier le fonctionnement des moteurs (vitesse ou couple) en agissant sur certains paramètres électriques.</b></p>

# CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

## Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière technologique du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température via la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les étudiants ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et les deux types de transfert énergétique, le travail et le transfert thermique.

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant de d'aborder des applications concrètes et motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux permettant ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

Le cours de thermodynamique de première année prépare à l'application des principes aux machines thermiques avec écoulement stationnaire développées en deuxième année. C'est dans ce cadre, qu'une approche documentaire (principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire) est proposée à la fin du cours et dont l'objet est de faire le lien avec les applications industrielles de la thermodynamique abordées en deuxième année.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

### Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique comme une initiation à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre	
Échelles microscopique et macroscopique.	Citer l'ordre de grandeur du nombre d'Avogadro.
Système thermodynamique.	Définir si un système est ouvert, fermé, isolé.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

<p>État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression: variables d'état, fonctions d'état, équation d'état. Exemples d'un gaz réel aux faibles pressions et d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable. Grandeur extensive, grandeur intensive.</p>	<p>Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.</p> <p>Utiliser l'équation d'état des gaz parfait, l'interpréter à l'échelle microscopique.</p> <p>Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.</p> <p>Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.</p>
<p>Énergie interne d'un système d'un gaz parfait monoatomique. Extension qualitative aux gaz parfaits polyatomiques. Capacité thermique <math>C_v</math> d'un gaz parfait.</p>	<p>Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.</p> <p>Utiliser <math>U_m=U_m(T)</math> pour un gaz parfait.</p>
<p>Énergie interne et capacité thermique <math>C_v</math> d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.</p>	<p>Utiliser <math>U_m=U_m(T)</math> pour une phase condensée incompressible et indilatable.</p>
<p>Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P, T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P, v), titre.</p>	<p>Analyser un diagramme de phase expérimental (P, T).</p> <p>Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.</p> <p>Positionner les phases dans les diagrammes (P, T) et (P, v).</p> <p>Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P, v).</p>
<p><b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b></p>	
<p>Transformation thermodynamique subie par un système.</p>	<p>Définir le système.</p> <p>Utiliser le vocabulaire usuel : transformations isochore, monotherme, isotherme, monobare, isobare.</p>
<p>Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.</p>	<p>Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.</p> <p>Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.</p>
<p>Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.</p>	<p>Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.</p> <p>Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat.</p> <p>Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.</p>
<p><b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b></p>	
<p>Premier principe de la thermodynamique : <math>\Delta U + \Delta E_c = Q + W</math></p>	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail W et transfert thermique Q.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.</p> <p>Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.</p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

	Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne $\Delta U$ .
Enthalpie d'un système. Capacité thermique $C_p$ dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	<p>Exprimer l'enthalpie <math>H_m(T)</math> du gaz parfait à partir de l'énergie interne.</p> <p>Comprendre pourquoi l'enthalpie <math>H_m</math> d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable T.</p> <p>Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole de mesure d'une capacité thermique.</b></p> <p>Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.</p>
Enthalpie associée à un changement de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	<p>Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole de mesure d'une enthalpie de transition de phases.</b></p>
4. Deuxième principe. Bilans d'entropie.	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.
Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.
Loi de Laplace.	Utiliser la loi de Laplace après avoir rappelé ses conditions d'application.
Cas particulier d'une transition de phase	<p>Exploiter l'extensivité de l'entropie.</p> <p>Utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : <math>\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)</math></p>
5. Machines thermiques	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes: rendement, efficacité, théorème de Carnot.	<p>Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.</p> <p>Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour d'une évolution thermodynamique, et confronter modélisation et évolutions réelles.</b></p> <p>Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.</p> <p>Approche documentaire : Principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire.</p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

### Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) reposent sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

Cette partie du cours a pour objectif principal de permettre à l'élève de reconnaître les principaux types de réactions chimiques en solution, à travers notamment les phénomènes ou dispositifs faisant intervenir une ou des réactions d'oxydo-réduction.

Elle débute par l'oxydo-réduction : les notions de couples redox et de piles, rencontrées dans le secondaire, sont reprises. Cette étude est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard. Une fois la constante thermodynamique déterminée, les capacités acquises au premier semestre dans la partie « transformations de la matière » peuvent être réinvesties pour la détermination de l'état final du système chimique.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces redox effectivement présentes, les notions d'acido-basicité (rencontrées dans le secondaire) sont rappelées. Ensuite, les phénomènes de précipitation et de dissolution de solides sont abordés, la condition de saturation d'une solution aqueuse est précisée.

Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction accompagnera au besoin la donnée de la constante thermodynamique correspondante.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique (la réaction prépondérante est fournie).

Une fois les outils mis en place, le principe de construction des diagrammes potentiel-pH est présenté sur l'exemple de l'élément fer mais l'objectif principal en 1<sup>ère</sup> année est l'interprétation et l'utilisation de ce diagramme. Cette première approche sera réinvestie en 2<sup>ème</sup> année dans l'utilisation d'autres diagrammes.

L'ensemble des séances de travaux pratiques concernant les transformations en solution aqueuse permettra d'aborder globalement ou spécifiquement les capacités relevant d'une démarche expérimentale mentionnées dans le programme. On notera que les dosages par titrage seront présentés au travers de ces séances de travail expérimental qui permettront d'insister sur la qualité de la mesure.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Oxydo-réduction	
Oxydants et réducteurs - nombre d'oxydation ; - potentiel d'électrode, formule de Nernst ; - diagrammes de prédominance ou d'existence.	Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.
Réactions d'oxydo-réduction - aspect thermodynamique ; - dismutation et médiamutation.	Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction. <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b>
2. Acido-basicité, précipitation	

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

<p>Réactions acido-basiques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance.</li> </ul> <p>Réactions de dissolution ou de précipitation</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul> <p>Traitement des effluents dans une usine chimique.</p>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses</p> <p>Extraire de ressources disponibles les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou interpréter des observations expérimentales.</p> <p>Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes d'équilibre sont connues.</p> <p>Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution.</p> <p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Exploiter des courbes de solubilité en fonction d'une variable pertinente.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant la dissolution ou la précipitation en solution aqueuse.</b></p> <p>Approche documentaire : à partir de documents décrivant le traitement des effluents d'une usine chimique, dégager les notions de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables et les transformations mises en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
<p>3. Diagrammes potentiel-pH de l'eau et du fer</p>	
<p>Principe de construction, lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH de l'eau et du fer.</p>	<p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans le diagramme potentiel-pH du fer.</p> <p>Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition des deux diagrammes ; en déduire la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Confronter les prévisions à des données expérimentales (mise en évidence du facteur cinétique).</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur un diagramme potentiel-pH.</b></p>



## ANNEXE : outils mathématiques

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique et en chimie, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais en réalité hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique et de chimie puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des candidats sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Équations algébriques</b>	
Système linéaire de n équations à p inconnues	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles,</li> <li>• Exprimer la dépendance dans le seul cas <math>n=p=2</math>.</li> <li>• Résoudre analytiquement dans le seul cas <math>n=p=2</math>.</li> <li>• Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas.</li> </ul>
Équation non linéaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme <math>f(x)=g(x)</math> de l'égalité de deux fonctions f et g classiques.</li> <li>• Résoudre dans le cas général à l'aide d'un outil numérique.</li> </ul>
<b>2. Équations différentielles</b>	
Equation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</li> <li>• Exploiter le polynôme caractéristique.</li> <li>• Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</li> <li>• Mettre une équation sous forme canonique. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</li> <li>• Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</li> <li>• Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal.</li> </ul>
Équation quelconque.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Intégrer numériquement avec un outil fourni.</li> </ul>
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, <math>x \rightarrow x^2</math>, <math>x \rightarrow 1/x</math>, <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math>.</li> </ul>
Dérivée.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter géométriquement la dérivée.</li> <li>• Dériver une fonction composée.</li> </ul>
Primitive et intégrale. Valeur moyenne.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales.</li> <li>• Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, <math>\cos^2</math> et <math>\sin^2</math>.</li> </ul>
Représentation graphique d'une fonction.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée.</li> <li>• Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un</li> </ul>

## ANNEXE : outils mathématiques

	<p>extremum.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log.</li> </ul>
Développements limités	<ul style="list-style-type: none"> <li>Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.</li> <li>Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : <math>(1+x)^\alpha</math>, exponentielle, sinus, cosinus, <math>\ln(1+x)</math>.</li> </ul>
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> via un formulaire.</li> </ul>
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur.</li> <li>Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques.</li> </ul>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression fonction des coordonnées sur une base orthonormée.</li> <li>Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.</li> </ul>
Produit vectoriel	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression fonction des coordonnées.</li> <li>Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel.</li> <li>Faire le lien avec l'orientation des trièdres.</li> </ul>
Transformations géométriques	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.</li> </ul>
Courbes planes.  Courbes planes paramétrées.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle.</li> <li>Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation <math>r(\theta)</math>.</li> <li>Reconnaître les équations paramétriques <math>x=acos(\omega t)</math> et <math>y=bcos(\omega t-\varphi)</math> d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers <math>\varphi=0</math>, <math>\varphi=\pi/2</math> et <math>\varphi=\pi</math>.</li> <li>Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.</li> </ul>
Longueurs, aires et volumes classiques	<ul style="list-style-type: none"> <li>Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.</li> </ul>
Barycentre d'un système de points.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.</li> </ul>
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	<ul style="list-style-type: none"> <li>Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés.</li> <li>Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.</li> </ul>
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation <math>\cos^2x+\sin^2x=1</math>, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</li> <li>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et</li> </ul>

## ANNEXE : outils mathématiques

	sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument.</li></ul>

## **ANNEXE 3**

# PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE TSI

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur, dans la filière TSI, s'inscrit dans une double continuité : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis, non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie. Les programmes de la filière TSI ont été écrits de façon concertée et avec une volonté de cohérence transversale. Comme pour les autres disciplines, celui de sciences industrielles de l'ingénieur fait apparaître des renvois vers les mathématiques et la physique.

## 1. OBJECTIFS DE FORMATION

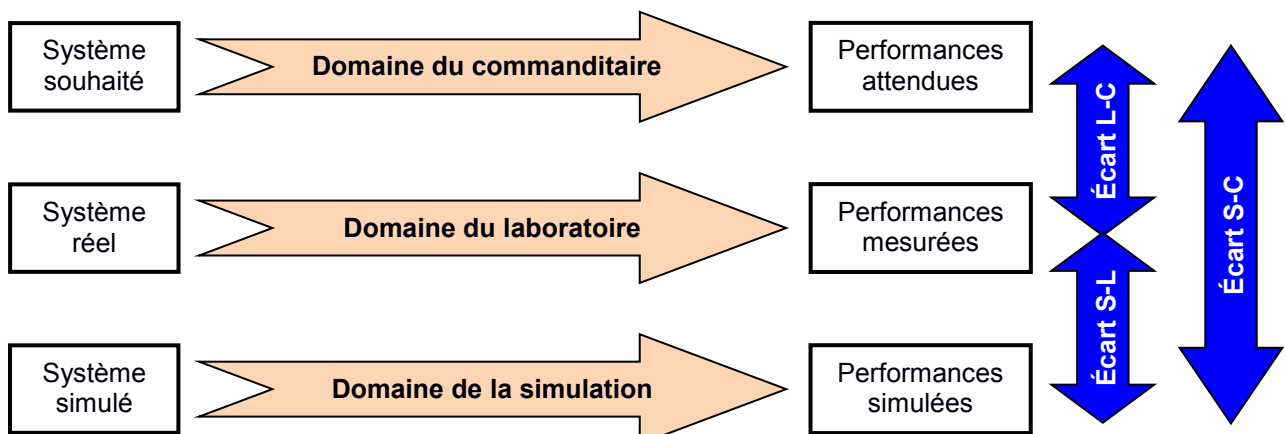
### 1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques, ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluri-technologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances exprimées dans le cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en particulier en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

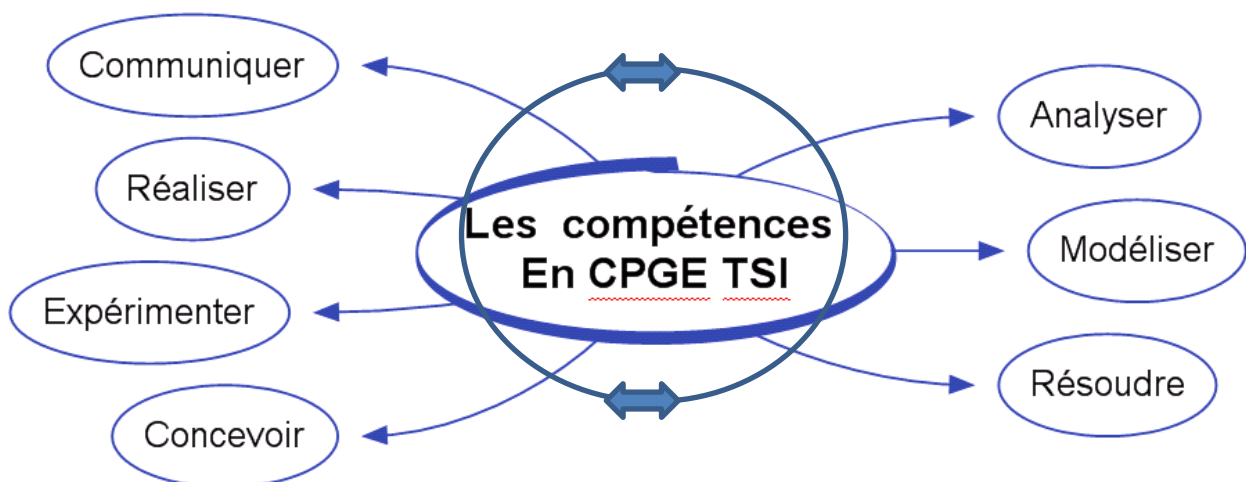
Les systèmes complexes pluri-technologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées.

Toutes ces activités, individuelles et en équipe, s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

## 1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles lui permettent d'être sensibilisé aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

*Analyser* permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes, conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

*Modéliser* permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle, pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.

*Résoudre* permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

*Expérimenter* permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de produits industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.

*Concevoir* permet à l'étudiant d'imaginer un produit conforme aux exigences d'un cahier des charges en fonction de la connaissance et du respect de l'outil de production. Les modalités pédagogiques spécifiques liées à la résolution de problèmes et à la recherche documentaire sont mises en œuvre.

*Communiquer* permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

*Réaliser* permet à l'étudiant des réalisations partielles à l'aide d'un prototypage rapide et d'effectuer certains contrôles de conformité au travers d'expérimentations.

### **1.3. Usage de la liberté pédagogique**

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;

- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des capacités et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **2. PROGRAMME**

### **2.1. Organisation de la formation**

L'enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière TSI est centré sur des activités expérimentales et de résolution de problèmes ayant pour support les systèmes présents dans les laboratoires.

Ces activités expérimentales sont proposées en groupe de quinze élèves au maximum.

La formation est organisée en quatre semestres. Le premier semestre est une période d'adaptation qui permet d'assurer un continuum de l'enseignement du tronc commun aux étudiants titulaires d'un baccalauréat STI2D et STL.

### **2.2. Présentation**

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluri-technologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.

L'adoption de ce langage en classes préparatoires, associé à un outil de simulation non causal, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque Matière - Énergie - Information.

Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés et qui ne sont plus au programme.

Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains pourront être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.

L'écriture du programme en compétences permet de structurer les savoirs et de développer ainsi chez l'élève l'esprit critique, la prise d'initiative et la créativité indispensables à un ingénieur.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquençage, proposé ci-après, n'a en aucune manière pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire, éventuellement en anglais, destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.



- **Analyser**
  - Identifier le besoin et appréhender les problématiques
  - Définir les frontières de l'analyse
  - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
  - Caractériser des écarts
  - Apprécier la pertinence et la validité des résultats
- **Modéliser**
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Valider un modèle
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche de résolution
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique
- **Expérimenter**
  - Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique
  - Proposer et justifier un protocole expérimental
  - Mettre en œuvre un protocole expérimental
- **Concevoir**
  - Imaginer des architectures ou des solutions technologiques
  - Choisir une solution technologique
  - Dimensionner une solution technique
- **Réaliser**
  - Réaliser et valider un prototype ou une maquette
  - Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette
- **Communiquer**
  - Rechercher et traiter des informations
  - Choisir les contenus et l'outil de description adapté
  - Afficher et communiquer des résultats

Les tableaux liés aux compétences n'ont pas pour objet de définir une progression pédagogique. Les savoirs associés sont répartis selon une progression organisée en quatre semestres, indiqués dans l'annexe (colonnes de droite).

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre  $n$ , cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre  $n$  ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents.

## 2.2. Contenu

### A – Analyser

#### A1 Identifier le besoin et appréhender les problématiques

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle	Décrire le besoin Présenter la fonction globale Identifier les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Qualifier et quantifier les exigences (critères, niveaux) Identifier et caractériser les fonctions de service
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.	
S12 Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergie, nuisances) Établir une analyse du cycle de vie (ACV) et analyser les résultats Effectuer un bilan carbone
<i>Commentaires</i> On met en évidence ces notions par l'intermédiaire d'un outil numérique adapté.	

#### A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire
S12 Impact environnemental	Définir les éléments influents du milieu extérieur Identifier les contraintes
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les limites et les contraintes choisies ou imposées

#### A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Identifier les fonctions techniques Déterminer les constituants dédiés aux fonctions d'un système et en justifier le choix Identifier les architectures fonctionnelles et structurelles
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.	
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, capteur, commande (fonction différence, correction) Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et asservissement
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations et de critères de rapidité et de précision.	
S13 Analyse structurelle	Identifier la nature des flux échangés (Matière, Énergie, Information) traversant la frontière d'étude Préciser leurs caractéristiques (variable potentielle, variable flux) Identifier et décrire les chaînes d'information et d'énergie d'un système Identifier les constituants réalisant les fonctions : acquérir, traiter, communiquer, alimenter, distribuer, moduler, convertir, transmettre et agir. Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants
<i>Commentaires</i> Pour les variables potentielles (vitesse, vitesse angulaire, tension, température, ...) et variables de flux (force, couple, courant, débit, flux d'entropie, ...). Cette description permet de construire une culture de solutions technologiques.	
S2 Chaîne d'énergie	Identifier les liens entre chaîne d'énergie et chaîne d'information

S3 Chaîne d'information	Analyser l'effet de la commande sur le comportement de la chaîne d'énergie Analyser la réversibilité de la chaîne d'énergie
<i>Commentaires</i> <i>La qualité de l'énergie est analysée en rapport avec la commande utilisée.</i>	
S4312 Comportement des systèmes logiques	Analyser le comportement d'un système décrit par un graphe d'état ou un logigramme
S4313 Comportement des systèmes numériques	Analyser et interpréter un algorithme représenté sous forme graphique
<i>Commentaires</i> <i>La présentation graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.</i>	
S313 Transmission de l'information	Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d'un réseau de communication Déterminer le mode de transmission Décoder une trame en vue d'analyser les différents champs
S42 Solide déformable	Identifier les contraintes, les déformations et les sollicitations d'un solide
S422 Caractéristiques des matériaux	Identifier les familles des matériaux et analyser le choix des matériaux vis-à-vis des performances attendues
S311 Capteurs et détecteurs	Identifier et caractériser un capteur
<i>Commentaires</i> <i>Les solutions techniques retenues sont les capteurs de position, de déplacement, de vitesse, d'accélération, d'effort, de pression, de débit et de température.</i>	
S62 Réalisation	Analyser une spécification indiquée sur un dessin de définition par rapport aux contraintes de montage et de réalisation
<i>Commentaires</i> <i>Les spécifications sont définies par la norme ISO.</i>	

#### A4 Caractériser des écarts

Connaissances	Savoir-faire
	Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation (analyse de la modélisation proposée et des résultats obtenus) Traiter des données de mesures et de simulations et extraire les caractéristiques statistiques Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le choix des résultats de simulation et des réponses expérimentales.</i>	
	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation
S13 Analyse structurelle S4 Comportement des systèmes	Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation

#### A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

Connaissances	Savoir-faire
S4 Comportement des systèmes	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation Identifier des valeurs erronées Analyser la pertinence du choix des grandeurs simulées
	Valider ou affirmer une hypothèse
S6 Protocoles expérimentaux et réalisation	Exploiter et interpréter des résultats de mesure ou de simulation Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats

## B – Modéliser

### B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques agissant sur un système

Connaissances	Savoir-faire
S13 Analyse structurelle S4 Comportement des systèmes	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé
<i>Commentaires</i> <i>Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur potentielle ou de la grandeur de flux à utiliser.</i>	
S13 Analyse structurelle S51 Représentation des signaux	Décrire les évolutions temporelles ou fréquentielles des grandeurs dans les chaînes d'énergie et d'information
S2 Chaîne d'énergie	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie dans un convertisseur statique d'énergie, dans un actionneur ou dans une liaison
<i>Commentaires</i> <i>La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur potentielle (vitesse, vitesse angulaire, tension, température, ...) par une grandeur de flux (force, couple, courant, débit, flux d'entropie, ...).</i>	
S3 Chaîne d'information	Identifier la nature de l'information et la nature du signal
S13 Analyse structurelle	Identifier les phénomènes dominants Proposer des hypothèses simplificatrices en vue de la modélisation
<i>Commentaires</i> <i>On vérifiera l'adéquation des hypothèses avec les objectifs à atteindre.</i>	

### B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie	Associer un modèle aux constituants d'une chaîne d'énergie
S22 Distribuer et moduler l'énergie S23 Convertir l'énergie	Modéliser l'association convertisseur statique-machine
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur l'obligation d'une commande en couple d'un actionneur électromécanique.</i>	
S241 Liaisons mécaniques S411 Détermination des lois de mouvements	Proposer et justifier un modèle de liaison entre deux solides Associer aux liaisons un torseur d'action mécanique transmissible et un torseur cinématique Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à un ensemble de liaisons
<i>Commentaires</i> <i>Le modèle de liaison est déterminé, soit à partir des surfaces fonctionnelles, soit à partir des mobilités.</i> <i>La détermination d'une liaison équivalente se limite à deux liaisons en série ou parallèle.</i> <i>On ne donne que les éléments essentiels de la théorie des torseurs : opérations, invariants, axe central, couple et glisseur.</i>	
S411 Lois de mouvement	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable
<i>Commentaires</i> <i>Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ces angles n'est pas exigée.</i>	
S52 Schématisation des solutions	Réaliser le graphe de structure de tout ou partie d'un mécanisme Proposer un schéma cinématique (plan ou 3D) minimal et d'architecture de tout ou partie d'un mécanisme
S412 Actions mécaniques S4121 Approche statique	Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un solide ou un ensemble de solides
S41 Solide indéformable S42 Solide déformable	Choisir un modèle de solide (indéformable ou déformable) en fonction de l'objectif visé
S4122 Approche dynamique	Déterminer les caractéristiques d'un solide indéformable (masse, centre d'inertie, matrice d'inertie)
<i>Commentaires</i> <i>Ces caractéristiques sont déterminées à l'aide d'un modèleur volumique. Les calculs des éléments d'inertie ne donnent pas lieu à évaluation.</i> <i>La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.</i>	

S4121 Approche statique	Associer un modèle à une action mécanique Ecrire la relation entre modèle local et modèle global dans le cas d'actions réparties
<i>Commentaires</i> <i>Les résistances au roulement et au pivotement ne sont pas au programme.</i>	
S421 Comportement du solide déformable	Déterminer le torseur de cohésion dans un solide Associer un modèle de contraintes à l'état de sollicitation
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux modèles des poutres unidirectionnelles et les sollicitations sont limitées à la flexion, la torsion et à la traction-compression. Seules les sollicitations simples sont au programme.</i>	
S421 Comportement du solide déformable	Proposer ou justifier des conditions aux limites dans un logiciel de simulation par éléments finis
S22 Distribuer et moduler l'énergie	Adapter la typologie d'un convertisseur statique à la nature des sources
<i>Commentaires</i> <i>On se limite à la conversion directe non isolée.</i>	
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Établir le schéma bloc du système
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance) Déterminer les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux notions de dérivation et d'intégration de la transformée de Laplace.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique S4325 Systèmes non linéaires	Linéariser un modèle autour d'un point de fonctionnement
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ou du second ordre à partir de sa réponse indicielle
<i>Commentaires</i> <i>Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis pour le modèle du second ordre.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Identifier les paramètres d'un modèle de comportement à partir d'un diagramme de Bode Associer un modèle de comportement (premier et second ordre, dérivateur, intégrateur) à partir d'un diagramme de Bode
<i>Commentaires</i> <i>D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Définir les paramètres du modèle Utiliser un diagramme paramétrique
<i>Commentaires</i> <i>Des modules de simulation et de calcul de type non causal sont à privilégier.</i>	

### B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation
<i>Commentaires</i> <i>On met l'accent sur les approximations faites, leur cohérence et domaine de validité par rapport aux objectifs.</i>	
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées

S4325 Systèmes non linéaires	Donner les limites de validité d'un modèle
<i>Commentaires</i> <i>L'étude des systèmes non linéaires n'est pas au programme. Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion de mettre en évidence les limites des modèles linéaires (présence de saturation, d'hystérésis, de retard, ...).</i>	

## C – Résoudre

### C1 Choisir une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Proposer une démarche permettant de prévoir les performances d'un système asservi
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Proposer une démarche de réglage d'un correcteur proportionnel
S411 Lois de mouvement	Proposer une démarche permettant de déterminer une loi de mouvement
S412 Actions mécaniques	Proposer une méthode permettant la détermination des inconnues de liaison Proposer une méthode permettant la détermination des paramètres conduisant à des positions d'équilibre
S21 Alimenter en énergie S221 Moduler l'énergie S23 Convertir l'énergie	Proposer une méthode de résolution permettant la détermination des courants, des tensions, des puissances échangées, des énergies transmises ou stockées

### C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire
S432 Systèmes asservis multi-physiques S51 Représentation des signaux	Prévoir les réponses temporelles des systèmes linéaires du premier et second ordre Prévoir les réponses fréquentielles des systèmes linéaires
S4323 Performances d'un système asservi	Caractériser la stabilité d'un système du premier et du second ordre Justifier le choix d'un correcteur vis-à-vis des performances attendues
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans un cas de perturbation additive.</i>	
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi S51 Représentation des signaux	Déterminer des paramètres permettant d'assurer la stabilité, en s'appuyant sur les tracés fréquentiels dans le plan de Bode Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)
<i>Commentaires</i> <i>Les diagrammes de Black et de Nyquist ne sont pas au programme.</i> <i>Il faut attirer l'attention des étudiants sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne.</i> <i>Les théorèmes de la valeur finale et initiale sont donnés sans démonstration.</i>	
S4323 Performances d'un système asservi	Prévoir les performances de rapidité et de précision d'un système linéaire continu et invariant
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la dualité temps / fréquence.</i>	
S411 Lois de mouvement	Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer le vecteur vitesse d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer le vecteur accélération d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer les relations de fermeture géométrique et cinématique d'une chaîne cinématique, et résoudre le système associé Déterminer le degré de mobilité et d'hyperstatisme
<i>Commentaires</i> <i>Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et base d'expression du résultat.</i> <i>Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i>	

S412 Actions mécaniques	Déterminer les inconnues de liaison Déterminer les paramètres conduisant à des positions d'équilibre
<i>Commentaires</i> <i>L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année. Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i>	
S412 Actions mécaniques	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Ecrire le torseur dynamique d'un solide en mouvement au centre de masse ou en un point fixe du solide dans un référentiel galiléen
<i>Commentaires</i> <i>Le modèle est isostatique. La résolution de ces équations différentielles peut être conduite indirectement par des logiciels adaptés. L'accent est alors mis sur la modélisation, l'acquisition correcte des données et sur l'exploitation des résultats.</i>	
S411 Lois de mouvement S412 Actions mécaniques	Donner la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus Exprimer l'énergie cinétique d'un solide dans un référentiel galiléen Exprimer les puissances extérieures et les inter-efforts Exprimer le théorème de l'énergie-puissance appliqué à tout ou partie des éléments de la chaîne d'énergie
<i>Commentaires</i> <i>On définit précisément la nature des grandeurs extérieures (variables potentielles, variables flux) dans le calcul des puissances. On ne se limite pas à l'utilisation du théorème de l'énergie-puissance sur un solide ou un ensemble de solides. Celui-ci peut être appliqué à tout ou partie de la chaîne d'énergie.</i>	
S211 Alimenter en énergie S231 Actionneurs et pré-actionneurs incluant leurs commandes	Construire graphiquement les lois de l'électricité à partir des vecteurs de Fresnel
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur l'utilisation des vecteurs de Fresnel pour la modélisation des sources alternatives sinusoïdales et des machines électriques synchrones et asynchrones.</i>	
S22 Distribuer et moduler l'énergie	Déterminer les pertes en conduction dans un interrupteur statique Dimensionner un dissipateur thermique
<i>Commentaires</i> <i>Les pertes en commutation ne font pas l'objet de calculs.</i>	
S42 Solide déformable	Déterminer la répartition des contraintes dans une section droite Vérifier la résistance mécanique d'une poutre droite Déterminer le coefficient de sécurité par rapport aux exigences du cahier des charges fonctionnel Déterminer l'équation de la flèche dans une poutre droite soumise à de la flexion, avec chargements ponctuels ou répartition linéique constante de la charge
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux sollicitations suivantes : flexion, traction-compression et torsion non combinées.</i>	
S21 Alimenter en énergie et stocker l'énergie S22 Distribuer et moduler l'énergie	Déterminer les courants et les tensions dans les composants Déterminer les puissances échangées Déterminer les énergies transmises ou stockées
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur les formes d'ondes et la qualité de l'énergie.</i>	
S23 Convertir l'énergie	Déterminer les caractéristiques mécaniques de l'actionneur Déterminer le point de fonctionnement

### C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire
	Choisir une méthode d'intégration adaptée au modèle à simuler Choisir une durée de simulation adaptée au comportement à observer
<i>Commentaires</i> <i>On se limite à la comparaison entre les méthodes à pas fixe et les méthodes à pas variable.</i>	
S13 Analyse structurelle	Utiliser le diagramme paramétrique pour renseigner un modèle
	Choisir et justifier le choix des grandeurs simulées Qualifier l'influence d'un paramètre sur les performances simulées
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec le choix des performances à vérifier.</i>	
S4222 Approche produits - matériaux - procédés	Mettre en place des simulations d'obtention de pièces brutes par fonderie, injection plastique, forgeage, emboutissage, et de pièces finies par enlèvement de matière
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le lien entre les dimensions géométriques des pièces et le choix du procédé.</i> <i>La mise en œuvre de ces simulations est faite avec des outils logiciels adaptés.</i> <i>On ne fait pas un cours spécifique sur les procédés d'obtention mais ces notions sont introduites lors d'études de cas.</i>	

## D – Expérimenter

### D1 Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique

Connaissances	Savoir-faire
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un système dans le respect des règles de sécurité
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information S13 Analyse structurelle	Identifier les constituants réalisant les fonctions élémentaires de la chaîne d'énergie et d'information Repérer les flux d'entrée et de sortie de chaque constituant, leurs natures (électrique, mécanique, pneumatique, thermique ou hydraulique) et leurs sens de transfert.

### D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire
S51 Représentation des signaux	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure
S61 Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Justifier le choix de la grandeur physique à mesurer Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement
S61 Protocoles expérimentaux S13 Analyse structurelle	Choisir les appareillages et les conditions d'exploitation en adéquation avec la législation Proposer et justifier le lieu de prise de mesures vis-à-vis de l'objectif à atteindre
S311 Capteurs et détecteurs	Qualifier les caractéristiques d'entrée-sortie d'un capteur Justifier le choix d'un capteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer Justifier les caractéristiques d'un appareil de mesure
S31 Acquérir, traiter et communiquer l'information	Proposer les paramètres de configuration d'une chaîne d'acquisition (capteurs intelligents, conditionneur, réseaux)
S4311 Conditionnement du signal	Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée Vérifier l'adéquation entre le temps de conversion et la fréquence d'échantillonnage



### D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer
S31 Acquérir, traiter et communiquer l'information	Paramétrer une chaîne d'acquisition en fonction des caractéristiques des capteurs et des résultats de mesures attendus Paramétrer les constituants d'un réseau local
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le lien existant entre la fréquence d'échantillonnage et les résultats attendus.</i>	
S51 Représentation des signaux	Choisir une fenêtre d'observation en fonction des résultats attendus
S61 Protocoles expérimentaux	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système
S2 Chaîne d'énergie S13 Analyse structurelle	Mesurer les grandeurs potentielles et les grandeurs de flux dans les différents constituants d'une chaîne d'énergie
S4312 Comportement des systèmes logiques S4313 Comportement des systèmes numériques	Générer un programme et l'implanter dans le système cible Réaliser une intégration ou une dérivée sous forme numérique (somme et différence)
<i>Commentaires</i> <i>L'influence du temps d'échantillonnage est illustrée.</i>	
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité Respecter les protocoles expérimentaux
S312 Traitement de l'information	Effectuer des traitements (filtrage, régression linéaire, méthode des moindres carrés, analyse statistique, ...) à l'aide de logiciels adaptés à partir des données de mesures expérimentales
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la caractérisation du signal en vue d'une comparaison avec les résultats d'une simulation ou les spécifications d'un cahier des charges (valeur moyenne, valeur efficace, ...).</i>	

## E – Concevoir

### E1 Imaginer des architectures ou des solutions technologiques

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception Proposer une architecture structurelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception
S52 Schématisation des solutions S53 Représentation géométrique du réel	Elaborer la maquette numérique de la partie étudiée du produit en intégrant les contraintes fonctionnelles d'assemblage
<i>Commentaires</i> <i>Seules les notions de base sur les modeleurs volumiques sont abordées. Les outils « 3D » sont privilégiés. Un dessin à main levée peut être le point de départ d'une conception.</i>	
S11 Analyse fonctionnelle S4312 Comportement des systèmes logiques S4313 Comportement des systèmes numériques	Proposer des évolutions sous forme fonctionnelle Modifier une programmation à l'aide des outils graphe d'états, logigramme ou algorithme
<i>Commentaires</i> <i>On utilisera une approche graphique pour la programmation. Les langages VHDL ou VERILOG ne sont pas au programme.</i>	

## E2 Choisir une solution technologique

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie	Choisir un convertisseur en fonction des transferts énergétiques souhaités
S23 Convertir l'énergie	Choisir un actionneur adapté à la solution constructive
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Choisir un correcteur adapté aux performances attendues Discrétiser un correcteur analogique
<p><i>Commentaires</i> L'amélioration des performances apportée par le correcteur est illustrée. On montre l'influence de la période d'échantillonnage sur les résultats attendus.</p>	
S12 Impact environnemental S422 Caractéristiques des matériaux	Choisir un matériau ou une famille de matériau avec des objectifs multicritères
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information S12 Impact environnemental	Proposer et hiérarchiser des critères de choix d'une solution technique Choisir et justifier la solution technique retenue
<p><i>Commentaires</i> Critères de choix de la solution technique retenue : pour la chaîne d'énergie : - critère énergétique (rendement, autonomie, réversibilité) ; - rigidité, déformation ; - durée de vie ; - impact environnemental ; pour la chaîne d'information : - débit binaire ; - topologie ; - nature des grandeurs d'entrées/sorties. Une notion économique peut être introduite. Le choix de solutions techniques vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.</p>	

## E3 Dimensionner une solution technique

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information	Dimensionner les constituants de la chaîne d'énergie et de la chaîne d'information à partir d'une documentation technique
<p><i>Commentaires</i> Dimensionnement sur critères énergétiques : - couple (effort) thermique équivalent ; - critère pV. Dimensionnement sur critère de déformation/contraintes : - flèche maximale ; - coefficient de sécurité. Dimensionnement sur critère de rapidité et de capacité - convertisseurs analogiques numériques ; - mémoires ; - débit binaire. Le dimensionnement d'une solution technique vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.</p>	

## F – Réaliser

### F1 Réaliser et valider un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire
S62 Réalisation	Réaliser un prototype de tout ou partie d'un système en vue de valider l'architecture fonctionnelle et structurelle
<i>Commentaires</i> <i>Les solutions de prototypage rapide sont privilégiées (imprimante 3D, cartes de développement).</i>	
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Mettre en place un asservissement à l'aide de constituants numériques
<i>Commentaires</i> <i>La structure est limitée à deux boucles imbriquées.</i>	
S62 Réalisation	Valider les choix des composants vis-à-vis des performances attendues Analyser les facteurs d'échelle et les proportions des grandeurs influentes
S62 Réalisation	Mesurer des caractéristiques dimensionnelle et géométrique de pièces Définir les méthodes de mesures
<i>Commentaires</i> <i>L'instrument de mesure est laissé au choix des étudiants.</i>	

### F2 Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire
S62 Réalisation	Assembler un ou plusieurs constituants pour permettre de répondre à une fonction technique
<i>Commentaires</i> <i>L'approche constituant est favorisée par rapport à l'approche composant.</i>	
S4313 Comportement des systèmes numériques	Mettre en œuvre des composants programmables à l'aide d'un outil graphique de description (graphe d'état, algorigramme, ...) en y intégrant les constituants réalisant les interfaces entre les grandeurs d'entrées et de sorties
S13 Analyse structurelle	Identifier le ou les élément(s) limitant(s) du point de vue des performances globales du prototype

## G – Communiquer

### G1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire
	Extraire les informations utiles d'un dossier technique Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique Vérifier la nature des informations Définir les critères de tri des informations Trier les informations selon des critères Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages
S52 Schématisation des solutions	Lire et interpréter un schéma
<i>Commentaires</i> <i>Les normes de représentation des schémas sont fournies.</i>	
S43 Modélisation des systèmes multi-physiques	Lire et interpréter un diagramme
<i>Commentaires</i> <i>Les normes de représentation du langage SysML sont fournies, la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.</i>	

## G2 Choisir les contenus et l'outil de description adapté

Connaissances	Savoir-faire
	Cibler le contenu de la communication et choisir l'outil de description adapté
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la pertinence de la représentation des informations (courbes, tableau, carte heuristique,...). Un dessin à main levée peut constituer un outil de description performant.</i>	

## G3 Afficher et communiquer des résultats

Connaissances	Savoir-faire
	Utiliser les outils de communication adaptés à son auditoire
<i>Commentaires</i> <i>Les outils numériques sont privilégiés.</i>	
	Avoir une attitude conforme à l'éthique Respecter son temps de parole Être attentif aux réactions de son auditoire Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue
	Être capable de reformuler un questionnement
	Synthétiser des informations sous une forme écrite ou orale

ANNEXE : Liste des savoirs associés aux compétences

<b>S1</b>	<b>Outils d'analyse</b>
<b>S11</b>	<b>Analyse fonctionnelle</b>
<b>S12</b>	<b>Impact environnemental</b>
<b>S13</b>	<b>Analyse structurelle</b>
<b>S2</b>	<b>Chaîne d'énergie</b>
<b>S21</b>	<b>Alimenter en énergie et stocker l'énergie</b>
<b>S22</b>	<b>Distribuer et moduler l'énergie</b>
	S221 Moduler l'énergie
	S222 Distribuer l'énergie
<b>S23</b>	<b>Convertir l'énergie</b>
	S231 Actionneurs et pré-actionneurs associés incluant leurs commandes
<b>S24</b>	<b>Transmettre l'énergie</b>
	S241 Liaisons mécaniques
	S242 Composants mécaniques de transmission
<b>S3</b>	<b>Chaîne d'information</b>
<b>S31</b>	<b>Acquérir, traiter et communiquer l'information</b>
	S311 Capteurs et détecteurs
	S312 Traitement de l'information
	S3121 <i>Traitement analogique de l'information</i>
	S3122 <i>Systèmes programmables</i>
	S313 Transport et transmission de l'information
	S3131 <i>Conditionnement du signal</i>
	S3132 <i>Modes de transmission</i>
	S3133 <i>Réseaux</i>
<b>S4</b>	<b>Comportement des systèmes</b>
<b>S41</b>	<b>Solide indéformable</b>
	S411 Lois de mouvement
	S412 Actions mécaniques
	S4121 <i>Approche statique</i>
	S4122 <i>Approche dynamique</i>
	S4123 <i>Approche énergétique</i>
<b>S42</b>	<b>Solide déformable</b>
	S421 Comportement du solide déformable
	S422 Caractéristiques des matériaux
	S4221 <i>Caractéristiques physiques des matériaux</i>
	S4222 <i>Approche produits-matériaux-procédés</i>
<b>S43</b>	<b>Modélisation des systèmes multi-physiques</b>
	S431 Systèmes de commande
	S4311 <i>Conditionnement du signal</i>
	S4312 <i>Comportement des systèmes logiques</i>
	S4313 <i>Comportement des systèmes numériques</i>
	S432 Systèmes asservis multi-physiques
	S4321 <i>Modélisation d'un système asservi multi-physique</i>
	S4322 <i>Représentation et identification d'un système asservi</i>
	S4323 <i>Performances d'un système asservi</i>
	S4324 <i>Contrôle et commande d'un système asservi</i>
	S4325 <i>Systèmes non linéaires</i>
<b>S5</b>	<b>Représentation des produits</b>
<b>S51</b>	<b>Représentation des signaux</b>
<b>S52</b>	<b>Schématisation des solutions</b>
<b>S53</b>	<b>Représentation géométrique du réel</b>
<b>S6</b>	<b>Protocoles expérimentaux et réalisation</b>
<b>S61</b>	<b>Protocoles expérimentaux</b>
<b>S62</b>	<b>Réalisation</b>

<b>S1</b>	<b>Outils d'analyse</b>		
<b>S11</b>	<b>Analyse fonctionnelle</b>		
	Besoin à satisfaire.	1	
	Cycle de vie du produit.	1	
	Expression fonctionnelle du besoin.	1	
	Frontière d'étude.	1	
	Cahier des charges fonctionnel.	1	
	Architecture fonctionnelle.	1	
	Diagramme des exigences.	1	
	Diagramme des cas d'utilisation.	1	
	<b>Commentaires et limitations</b>		
	L'analyse fonctionnelle, outil indispensable à la conception et à la réalisation de produits compétitifs, constitue un moyen de situer une problématique technique et fournit un cadre structurant des connaissances visées par le programme, quel que soit le champ disciplinaire abordé. La sensibilisation aux différents outils est abordée à travers quelques exemples pertinents et par la mise en situation systématique des objets d'études lors des TD ou des TP.		
	Sur un système complexe, l'analyse et la description fonctionnelle doivent être partielles. L'étude se limitera donc à une seule chaîne d'énergie dans le cas d'un système complexe.		

<b>S12</b>	<b>Impact environnemental</b>		
	Frontière de l'étude.	1	
	Contraintes de l'environnement.	1	
	Bilan carbone.	1	
	Analyse du Cycle de Vie (ACV).	1	
	<b>Commentaires et limitations</b>		
	L'analyse du cycle de vie se limite à l'étude d'un produit simple ou d'une partie d'un système.		

<b>S13</b>	<b>Analyse structurelle</b>		
	Diagramme de blocs, diagramme de blocs internes, diagramme paramétrique.	1	
	Diagramme chaîne d'énergie-chaîne d'information.		
	Architecture structurelle.	1	
	Nature des flux : variables potentielles (tension, vitesse, température...) et variables de flux (courant, force ou couple, flux thermique...).	1	
	Architecture fonctionnelle des produits et systèmes : chaîne d'énergie, chaîne d'information.	1	
	Relations entre chaîne d'énergie et chaîne d'information : grandeurs physiques à acquérir et ordres de commande.	1	
	Fonctions élémentaires d'une chaîne d'énergie : alimenter, distribuer ou moduler, convertir, transmettre et agir sur la matière d'œuvre.	1	
	Fonctions élémentaires d'une chaîne d'information : acquérir, traiter et communiquer.	1	
	Nature, caractéristiques et flux des éléments transformés par le produit : Matière, Énergie et Information.	1	
	Homogénéité des chaînes fonctionnelles et compatibilité des paramètres d'interface entre les différentes fonctions d'une chaîne.	1	

**S2 Chaîne d'énergie**  
**S21 Alimenter en énergie et stocker l'énergie**

Sources d'énergies.	2	3
Variables potentielles, variables de flux.	2	
Grandeurs physiques disponibles.	2	
Constituants de distribution.	2	
Sens de transfert de l'énergie, modes de fonctionnement.	2	
Batteries, super-condensateurs.	2	
Charges inertielles.		
<i>Pour les solutions électriques :</i>		
- réseaux de distribution monophasé et triphasé équilibré ;	2	
- réseaux embarqués : piles, panneaux solaires et accumulateurs (différentes technologies et leurs principales applications).	2	
Adaptation des niveaux de tension et isolement galvanique (transformateur monophasé parfait).	2	
<i>Pour les solutions pneumatiques et hydrauliques :</i>		
- accumulateurs ;	3	
- pompes.	3	

**Commentaires et limitations**

Les transformateurs seront étudiés en physique à partir d'un modèle linéaire sans pertes. En SII, ils sont utilisés dans le cadre de l'étude de systèmes en faisant référence au cours de physique.  
On se limite à l'identification des caractéristiques fonctionnelles fondamentales en entrée et en sortie en vue d'obtenir les performances attendues.  
On insiste sur la qualité de l'énergie (contenu harmonique, taux de distorsion).  
On insiste sur l'intérêt des super condensateurs dans le stockage et la fourniture d'énergie pour des applications particulières.

**S22 Distribuer et moduler l'énergie**  
**S221 Moduler l'énergie (convertisseurs statiques d'énergie)**

Nature et caractéristiques des grandeurs physiques d'entrée et de sortie : continu ou alternatif, source de courant ou tension parfaite.	2	3
Caractéristiques statique et dynamique des interrupteurs.	2	
Réversibilités (quadrants de fonctionnement).	2	
Règles d'association des sources parfaites – transformation de la nature d'une source.	2	
Pertes par conduction.	2	
Dissipateur thermique.	2	
<i>Pour les solutions électriques relatives à l'entraînement des machines tournantes :</i>		
- conversion alternatif – continu ;	2	
- conversion continu – continu ;	2	
- conversion continu – alternatif.		

**Commentaires et limitations**

Voir annexe « outils mathématiques » pour les développements en série de Fourier.  
On limite les études aux convertisseurs statiques directs, non isolés. Les convertisseurs statiques au programme sont les hacheurs série, parallèle et 4 quadrants, l'onduleur de tension et les montages redresseurs PD2 et PD3. Dans le cadre d'une démarche pédagogique, les montages PD2 et PD3 sont abordés à partir des montages P2 et P3.  
Les caractéristiques statiques des interrupteurs sont limitées aux composants à 2 et 3 segments. Les critères de choix se limitent aux grandeurs électriques et aux nombres de segments.  
L'étude de la dissipation se fait en régime permanent.  
On montre l'intérêt de la commande MLI du point de vue de la qualité de l'énergie. Les développements en série de Fourier seront fournis.

**S222 Distribuer l'énergie**

Nature et caractéristiques des grandeurs physiques d'entrée et de sortie <i>Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques : distributeurs.</i>	2	
---	---	--

**S23**

**Convertir l'énergie**

S231 Actionneurs et pré-actionneurs associés incluant leurs commandes

Caractéristiques d'entrée et de sortie.	2	
Modes de fonctionnement, réversibilités (quadrants de fonctionnement).	2	
Domaines d'application.	2	
Principe de la conversion électromécanique.		
Bilan de puissance.	2	
Caractéristiques mécaniques.	2	
Association convertisseur-machine-charge.	2	
<i>Pour les solutions techniques électriques :</i>		
- machine à courant continu à excitation séparée ou à aimant permanent ;	2	3
- machine synchrone triphasée ;		4
- machine asynchrone triphasée à cage.		
<i>Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques : vérins, moteurs.</i>		3

**Commentaires et limitations**

Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations non linéaires.  
 Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur (diagramme de Fresnel).  
 En physique, les actionneurs électromécaniques sont présentés dans un cadre limitatif essentiellement expérimental.  
 En SII, les modèles des actionneurs électriques sont donnés sans justification.  
 Pour la machine à courant continu, le modèle présenté est de type RLE (résistance d'induit R, inductance d'induit L, et force contre électromotrice E).  
 Pour la machine asynchrone triphasée, le modèle étudié est un modèle statique monophasé composé de l'inductance magnétisante L, de la résistance rotorique ramenée au stator et de l'inductance de fuite rotorique ramenée au stator. Seules les commandes scalaires en U/f et en courant sont étudiées.  
 Pour la machine synchrone triphasée, le modèle statique étudié est le modèle monophasé composé de l'inductance cyclique L<sub>s</sub>, de la résistance statorique R<sub>s</sub>, et de la force contre électromotrice à vide E<sub>v</sub>.  
 Pour le modèle dynamique, la commande vectorielle est présentée avec un modèle simplifié dans le plan D,Q (L<sub>d</sub> = L<sub>q</sub>).  
 On insiste sur la nécessité d'une commande en couple des actionneurs électromécaniques  
 Pour les actionneurs hydrauliques, le fluide est considéré incompressible.

**S24**

**Transmettre l'énergie**

S241 Liaisons mécaniques

Nature des liaisons obtenues.	1	
Surfaces fonctionnelles.	1	
Caractérisation : niveau de qualité, tenue aux efforts et vitesse relative admissible.		4
<i>Pour les solutions techniques (1) :</i>		
- assemblages démontables et permanents ;	2	
- guidages en rotation par glissement et par éléments roulants ;	2	
- guidages en translation par glissement et par éléments roulants.	2	

**Commentaires et limitations**

Les différentes solutions techniques doivent être abordées en TD ou en TP dans le cadre de la réalisation de problématiques plus générales portant sur un système.  
 Les points suivants ne sont pas au programme : le collage, le frettage, les calculs des organes filetés précontraints, les calculs par pincement, par déformation élastique ou par coincement, les calculs des clavettes, les guidages hydrostatiques et hydrodynamiques.  
 Les points suivants ne sont pas évaluables : l'étanchéité et la lubrification des guidages.  
 Les calculs de durée de vie des roulements, dans le cas d'une utilisation continue sans variation de la vitesse de rotation, font uniquement l'objet de calculs de vérification à partir de documents constructeur et des formules qui seront données.  
 (1) Les solutions les plus courantes permettant la réalisation des liaisons mécaniques sont étudiées à l'aide de leurs surfaces et conditions fonctionnelles dans le but de mettre en évidence leurs principales caractéristiques : niveau de qualité, tenue aux efforts et vitesse relative admissible.



S242 Composants mécaniques de transmission

Caractérisation cinématique de la transmission : mobilités, loi d'entrée-sortie et réversibilité. Puissances d'entrée, de sortie et rendement en un point de fonctionnement.	1	3
<i>Pour les solutions techniques (1) :</i> <i>transmissions sans transformation de mouvement :</i> <i>- sans modification de la fréquence de rotation ;</i> <i>- avec modification de la fréquence de rotation ;</i>	2	
<i>transmissions avec transformation de mouvement.</i>	2	

**Commentaires et limitations**

Les différentes solutions techniques doivent être abordées en TD ou en TP dans le cadre de la réalisation de problématiques plus générales portant sur un système.

(1) Les solutions les plus courantes permettant la transmission de mouvement sont étudiées et comparées dans le but de mettre en évidence leurs caractéristiques cinématiques et leurs rendements.

**S3 Chaîne d'information**

**S31 Acquérir, traiter et communiquer l'information**

S311 Capteurs et détecteurs

Place du capteur dans la chaîne d'information.	1	4
Fonctions de base et structure fonctionnelle de la chaîne d'acquisition de l'information (principes physiques de l'acquisition de l'information).	1	
Nature des informations d'entrée et de sortie.	1	
Caractéristiques métrologiques : étendue de mesure, sensibilité, résolution, justesse, fidélité, précision et temps de réponse.	2	
Paramètres d'un capteur communicant.	2	

**Commentaires et limitations**

Les caractéristiques analogiques du capteur sont étudiées en physique.

S312 Traitement de l'information

<b>S3121 Traitement analogique de l'information</b>		
Filtrage (1).	1	
Opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, saturation) (2).	1	
Conversions A/N et N/A : approche fonctionnelle (3).	1	
<b>S3122 Systèmes programmables</b>		
Structure fonctionnelle des systèmes programmables.	2	
<i>Pour les solutions techniques :</i> <i>microcontrôleur, circuit logique programmable.</i>	2	

**Commentaires et limitations**

(1) La fonction filtrage est présentée en physique. En SII, l'opération de filtrage se limite à une approche par gabarit. Les filtres sont mis en œuvre dans le contexte de la mesure sur un système.

(2) Les ALI sont traités en physique à partir d'un modèle parfait en tant que structure. En SII, seule une approche fonctionnelle est utilisée. Le comportement fréquentiel des ALI, en particulier le produit gain x bande passante, est étudié dans le cas d'un système asservi avec une fonction de transfert en boucle ouverte du 1<sup>er</sup> ordre.

(3) L'étude des conversions analogique-numérique se limite en physique à l'aspect expérimental. En SII, la dualité temps-fréquence sera faite avec une approche fonctionnelle dans le cadre de l'association bloqueur ordre 0 et échantillonneur.

<b>S3131 Conditionnement du signal</b>			
Caractéristiques principales : bande passante et atténuation.		1	
Modulation et démodulation d'amplitude (1).			4
Modulation de largeur d'impulsion (MLI).		2	
<b>S3132 Modes de transmission</b>			
Modes de transmission série : mise en œuvre d'une transmission série asynchrone (1).			4
Topologie, sens de transfert.			
<b>S3133 Réseaux(2)</b>			
Architecture matérielle et fonctionnelle des réseaux : supports de l'information, topologie, sens de transfert.			4
Caractéristiques d'un canal de transmission.			4
Multiplexage temporel et fréquentiel.			4
Notion de protocole : rôle des champs dans une trame.			
Architecture protocolaire : organisation en couches fonctionnelles.			4
Adressage physique et logique d'un constituant.			4
<i>Pour les solutions techniques : les paires torsadées, les fibres optiques et les liaisons sans fil.</i>			4
<b>Commentaires et limitations</b>			
(1) On se limite à l'approche fonctionnelle sans aborder les aspects technologiques. La modulation et démodulation d'amplitude numérique est réalisée par simulation ou autour de systèmes réels.			
(2) On se limite à une approche qualitative des techniques de multiplexage (temporel et fréquentiel). L'analyse porte sur les caractéristiques principales du support de transmission : bande passante et atténuation. On se limite à la couche application du modèle OSI. On se limite aux protocoles de la couche transport (UDP et TCP).			

**S4 Comportement des systèmes****S41 Solide indéformable**

## S411 Lois de mouvement

Mouvement d'un solide, trajectoire d'un point d'un solide.		1	
Vecteur position, vecteur vitesse et vecteur accélération.		1	
Torseur cinématique associé à une liaison.		1	
Liaison équivalente à une association de deux liaisons en série ou en parallèle.		1	
Loi d'entrée-sortie en vitesse et en position d'un système.		1	
Degré de mobilité et degré d'hyperstatisme (1).		2	
Conditions géométriques associées à l'hyperstatisme.		2	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour le produit vectoriel.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour les fonctions.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour la géométrie (vecteurs et systèmes de coordonnées).			
(1) Le degré de mobilité et le degré d'hyperstatisme sont nécessaires à l'interprétation des résultats de simulations numériques.			
On met également en évidence qu'un degré d'hyperstatisme non nul induit soit une ruine prématurée du système par un phénomène de fatigue, voire une impossibilité d'assembler les pièces, si aucune précaution n'est prise, soit la nécessité de mettre en place une cotation rigoureuse et plus contraignante que pour un système isostatique, ou un dispositif de réglage (montage des roulements à contacts obliques par exemple). La conclusion dans ce cas étant un surcoût dans la réalisation du produit qu'il faut justifier par l'intérêt ou la nécessité d'avoir recours à une solution hyperstatique.			

S412 Actions mécaniques

Modélisation des actions mécaniques.	2
Nature : action mécanique de contact et action mécanique à distance (gravité et magnétique).	2
Modèle local du contact : notion de densité surfacique de charge et modèles de répartition sur une surface de contact (sans frottement et avec frottement - lois de Coulomb) (1).	2
Modèle global des actions transmissibles par une liaison parfaite ou non parfaite : torseur associé.	2
<b>S4121 Approche statique</b>	
Conditions d'utilisation et application du Principe Fondamental de la Statique.	2
Théorème des actions réciproques.	2
Méthodologie : isolement, bilan des actions mécaniques extérieures, application du Principe Fondamental de la Statique (PFS) et résolution (2).	2

**Commentaires et limitations**

Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations algébriques.

- (1) Les points suivant ne sont pas au programme : la théorie de Hertz ainsi que la résistance au pivotement et au roulement.  
 (2) Une méthode de résolution graphique peut être utilisée dans le cas d'un solide soumis à deux ou trois actions mécaniques modélisables par des glisseurs coplanaires non parallèles.

**S4122 Approche dynamique**

Grandeurs inertielles : centre d'inertie, masse, opérateur d'inertie / matrice associée et théorème de Huygens (1).

Grandeurs cinétiques : torseur cinétique, torseur dynamique et énergie cinétique.

Conditions d'utilisation et application du Principe Fondamental de la Dynamique par rapport à un référentiel galiléen.

Méthodologie : isolement, bilan des actions mécaniques extérieures, application du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) et résolution.

**S4123 Approche énergétique**

Puissances développées par les actions mécaniques extérieures à l'ensemble isolé dans son mouvement par rapport à un référentiel galiléen.

Puissances développées à l'intérieur de l'ensemble isolé.

Utilisation du théorème de l'énergie cinétique galiléenne.

Notion de pertes de puissance et rendement global en un point de fonctionnement.

Méthodologie : isolement, bilan des puissances, application du théorème de l'énergie cinétique galiléenne et résolution.

**Commentaires et limitations**

Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations quelconques.

En physique l'approche dynamique est vue au semestre 2 dans un cadre limitatif (solide en rotation ou translation par rapport à un axe fixe).

Voir annexe « outils mathématiques » pour le barycentre d'un système de points.

Voir annexe « outils mathématiques » pour le calcul matriciel.

- (1) En SII, la forme de la matrice d'inertie peut être demandée mais les valeurs des moments et produits d'inertie sont données.

**S42 Solide déformable**

S421 Comportement du solide déformable

Flexion simple, torsion simple, traction–compression.	4
Sollicitations, contraintes, déformations.	4
Torseur de cohésion.	4
Coefficient de sécurité, résistance mécanique.	4

**Commentaires et limitations**

Les sollicitations ne seront pas combinées.

S422 Caractéristiques des matériaux

<b>S4221 Caractéristiques physiques des matériaux</b>		
Caractéristiques dans les domaines de l'électricité, du thermique, de l'acoustique et de la mécanique.		3
Matériaux composites.		4
Nano matériaux.		4
Familles de matériaux (1).		3
<b>S4222 Adéquation produits-matériaux-procédés</b>		
Procédés d'obtention des produits (2).	2	
Paramètres influents du procédé : matériaux, géométrie, précision.	2	
Choix d'un matériau en fonction du design du produit.		3
Démarche de choix du couple matériaux-procédé.		4
<b>Commentaires et limitations</b>		
(1) Les familles de matériaux retenus sont les métalliques, céramiques, organiques et composites. Une présentation des propriétés communes à chaque famille est à privilégier.		
(2) Les principes et caractéristiques des procédés d'obtention sont abordés en simulation avec des outils informatiques adaptés. Les procédés au programme sont la fonderie, l'injection plastique, le forgeage, l'emboutissage et l'enlèvement de matière.		

**S43 Modélisation des systèmes multi-physiques**

S431 Systèmes de commande

<b>S4311 Conditionnement du signal</b>		
Filtrage analogique passif : réalisation de filtres passifs (1).		2
Dualité temps / fréquence (2).		2
Conversions analogique-numérique et numérique-analogique, caractéristiques : fréquence d'échantillonnage, et résolution (3).		2
<b>S4312 Comportement des systèmes logiques (4)</b>		
Identification des entrées / sorties.		1
Notion d'état logique, de fonctions logiques.		1
Description d'un système logique par une table de vérité (5) ou d'un logigramme.		1
Description d'un système logique par un graphe d'état (6).		1
Notions d'état, transitions et variables.		1
<b>S4313 Comportement des systèmes numériques (7)</b>		
Identification des entrées / sorties.		1
Adressage des variables.		1
Boucles.		1
Transitions conditionnelles.		1
Fonctions.		1
Description d'un système numérique par algorithme (8).		1
<b>Commentaires et limitations</b>		
(1) On se limite au filtre RC et RL. Les filtres actifs ne sont pas au programme.		
(2) On insiste sur le lien entre les caractéristiques fréquentielles et temporelles pour le traitement d'un signal.		
(3) Seules les caractéristiques fondamentales sont exposées (nombre de bits, période d'échantillonnage, temps de conversion). Les structures internes des CAN et des CNA sont hors programme. Le théorème de Shannon est donné sans démonstration. Pour les convertisseurs analogique-numérique, la présence d'un filtre anti-repliement est précisée et justifiée sans calcul.		
(4) Les outils de simulations graphiques sont utilisés pour réaliser les fonctions logiques complexes, étant entendu que celles-ci sont intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent pas sous forme de composants discrets. Les langages de description tels que le VHDL ou Verilog ne sont pas au programme.		
(5) La simplification des fonctions logiques n'est pas au programme sauf dans des cas évidents.		
(6) Les règles de représentation des graphes sont fournies. L'encapsulation n'est pas au programme. Les bascules et les registres à décalage ne sont pas au programme.		
(7) La gestion des interruptions n'est pas abordée.		
(8) Seules les structures algorithmiques de base sont étudiées. La mise en œuvre de ces structures peut être l'occasion de réaliser des correcteurs numériques avec des intégrations et dérivations numériques.		

<b>S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique (1) (2)</b>		
Introduction - aspects généraux.		1
Buts et motivations, exemples.		1
Définition et structure d'un système asservi : chaîne directe et chaîne de retour.		1
Consigne et perturbations.		3
Asservissement - régulation.		3
Définition des performances : stabilité, précision et rapidité.		3
Modélisation et comportement des systèmes linéaires continus et invariants.		3
Notions de systèmes linéaires continus et invariants.		3
Modélisation par équations différentielles.		3
Représentation par fonction de transfert : forme canonique, gain, ordre et classe.		3
Systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>nd</sup> ordre : réponses temporelle (échelon et signal sinusoïdal) et fréquentielle (diagramme de Bode uniquement).		3
<b>S4322 Représentation et identification d'un système asservi</b>		
Systèmes linéaires, continus et invariants.		3
Linéarisation autour d'un point de fonctionnement.		3
Représentation par schémas-blocs.		3
Fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée, influence des perturbations.		3
Représentation dans le plan de Bode (asymptotique et réel) (3).		3
Identification des systèmes linéaires continus et invariants : modélisation et identification paramétrique à l'aide d'une réponse indicielle et/ou d'une réponse harmonique pour les systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>nd</sup> ordre.		3
Position des pôles dans le plan complexe.		3
Pôles dominants et réduction du modèle.		3
<b>S4323 Performances d'un système asservi</b>		
Stabilité en BO : position des pôles, marges de phase et de gain dans le plan de Bode (4).		3
Précision : erreur en régime permanent pour une réponse indicielle ou rampe.		3
Effet d'une action intégrale dans la chaîne directe.		3
Rapidité : temps de réponse à 5 %, dépassement et bande passante en boucle ouverte.		3
<b>S4324 Contrôle et commande d'un système asservi (5)</b>		
Correction des systèmes asservis, classe d'une fonction de transfert.		3
Effets sur les performances.		3
Régulateurs P, PI, avance de phase.		3
Discrétisation d'un correcteur (6).		3
<b>S4325 Systèmes non linéaires (7)</b>		
Hystérésis.		3
Saturation.		3
Seuil.		3
Retard.		3
<b>Commentaires et limitations</b>		
Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations différentielles.		
Voir annexe « outils mathématiques » pour la représentation des fonctions.		
(1) L'outil mathématique utilisé est la transformée de LAPLACE. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Le théorème de la valeur finale est donné sans démonstration. La transformée de Laplace inverse est hors programme.		
(2) Les systèmes multi-physiques sont limités aux domaines de l'électricité, de la mécanique et de la thermique. Une approche par simulation (module non causal) est privilégiée.		
(3) Les représentations dans les plans de Nyquist et de Black sont hors programme.		
(4) La définition de la stabilité est faite au sens : Entrée Bornée, Sortie Bornée (EB/SB) ou en terme de position des pôles. Pour l'étude de la stabilité des systèmes d'ordre 3 notamment, l'usage d'outil informatique est indispensable en vue de déterminer les pôles. Le critère de Routh est hors programme.		
(5) La synthèse complète des correcteurs est hors-programme.		
(6) La transformée en z n'est pas au programme. Les correcteurs numériques sont déterminés par la méthode de la discrétisation de l'équation différentielle d'ordre 2 au maximum.		
(7) L'étude théorique des systèmes non linéaires est hors programme. La mise en évidence des non linéarités est faite lors des activités expérimentales ou au travers de simulations.		

<b>S5</b>	<b>Représentation des produits</b>		
<b>S51</b>	<b>Représentation des signaux</b>		
	Représentation logique : binaire et hexadécimale des nombres entiers et nombres réels (positif et négatif, virgule fixe et flottante simple précision).	1	
	Représentations temporelle (chronogramme) et fréquentielle (spectre), représentation dans le plan complexe.	2	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Ces notions sont introduites en fonction des besoins pédagogiques et ne font pas l'objet d'un cours spécifique.			

<b>S52</b>	<b>Schématisation des solutions</b>		
	Schéma cinématique, schéma cinématique minimal (1), schéma d'architecture (2).	1	
	Représentation schématique de la structure des chaînes fonctionnelles (mécaniques, électriques, hydrauliques et pneumatiques) :	1	
	- schémas électriques (3), hydrauliques et pneumatiques ;	1	
	- graphe de structure ;	1	
	- schéma informatique : description graphique.		4
<b>Commentaires et limitations :</b>			
(1) C'est le schéma minimal qui permet la description des mouvements.			
(2) Le schéma d'architecture traduit la réalité technique de réalisation des liaisons et permet de calculer les actions mécaniques.			
(3) Seuls les constituants étudiés dans le programme sont à identifier.			

<b>S53</b>	<b>Représentation géométrique du réel</b>		
	Dessin et croquis à main levée d'une solution.	1	
	Représentation d'une solution constructive en 3D par un modèleur volumique.	1	
	Assemblage sous contrainte.	1	
	Cotation GPS, MMT.		4
	Utilisation de bibliothèques d'éléments standards.	1	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Seules les notions de bases sur les modèleurs volumiques sont abordées (création d'une pièce simple, assemblage et visualisation d'une maquette numérique).			
Aucune connaissance affiliée aux normes des dessins techniques n'est évaluable.			

<b>S6</b>	<b>Protocoles expérimentaux et réalisation</b>		
<b>S61</b>	<b>Protocoles expérimentaux</b>		
	Environnement du système.	1	
	Mise en œuvre d'un système, paramètres de fonctionnement d'un système.	1	
	Choix des appareils de mesures (position, calibre, période d'échantillonnage, précision).	1	
	Amplitude des grandeurs, caractéristiques fréquentielle et temporelle.	1	
	Respect des normes de sécurité, protection des biens et des personnes.	1	
	Respect d'un protocole expérimental.	1	

<b>S62</b>	<b>Réalisation</b>		
	Prototypage rapide.		3
	Prototype.		3
	Facteurs d'échelle, grandeurs influentes.		3
	Assemblage des constituants.		3
	Programmation des constituants.		3
	Mise en œuvre d'un réseau.		3
	Caractéristiques dimensionnelle et géométrique de pièces.		3
	Méthodes de mesures.		3

## Annexe aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur de TSI « Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique-chimie et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Dans le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaire...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Equations algébriques</b>	
Système linéaire de n équations à p inconnues	Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles. Exprimer la dépendance dans le seul cas $n = p = 2$ . Résoudre analytiquement dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas. <i>Exemples : systèmes d'ordre 3 : <math>n = p = 3</math> en mécanique (statique du solide).</i>
Équation non linéaire	Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme $f(x) = g(x)$ de l'égalité de deux fonctions f et g classiques. Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique. <i>Exemples : point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>2. Equations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<p>Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</p> <p>Exploiter l'équation caractéristique.</p> <p>Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</p> <p>Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques.</p> <p>Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</p> <p>Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</p> <p>Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal.</p> <p>Déterminer le module et la phase des grandeurs.</p> <p>Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire.</p> <p><i>Exemples : électrocinétique, mécanique, thermique...</i></p>
Équation quelconque	<p>Intégrer numériquement avec un outil fourni.</p> <p><i>Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.</i></p>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles	<p>Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, <math>x \rightarrow x^2</math>, <math>x \rightarrow \frac{1}{x}</math>, <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math>.</p>
Dérivée	<p>Interpréter géométriquement la dérivée.</p> <p>Dériver une fonction composée.</p> <p>Rechercher un extrémum.</p> <p><i>Exemples : phénomène de résonance, couple maximum d'une machine asynchrone.</i></p>



Primitive et intégrale Valeurs moyenne et efficace	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. <i>Exemples : fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques.</i>
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. <i>Exemples : réponses fréquentielles (diagramme de Bode).</i>
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$ , exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. <i>Exemple : repérage d'un point dans l'espace en cinématique.</i>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. <i>Exemples : projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel.</i>

Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. <i>Exemples : calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires.</i>
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes  Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle. Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ . Reconnaître les équations paramétriques $x = a \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $y = a \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi = 0$ , $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\varphi = \pi$ . Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. <i>Exemple : recherche d'un centre de gravité d'un solide.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.

Fonctions cosinus, sinus et tangente	<p>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math>, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</p> <p>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</p> <p>Passer de la forme <math>A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)</math> à la forme <math>C \cdot \cos(\omega t - \varphi)</math></p>
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes	<p>Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.</p> <p><i>Exemples : diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : <math>\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}} 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0</math></i></p>
Calcul matriciel (en SII uniquement)	<p>Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur</p> <p><i>Exemple : calcul du moment dynamique.</i></p> <p>Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice.</p> <p><i>Exemple : simplification d'une matrice d'inertie.</i></p>